



FORMATO DE RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS

Elaborado por:
2200293 – Jhan Carlos Matajira Figueroa

Ejercicios 1-14

Temas

Resolución de marcos, Armaduras y DFC, DMF, DFA.

Revisión
HOMER ARMANDO BUELVAS MOYA
JHAN CARLOS MATAJIRA FIGUEROA


UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

Estática – 23018

Grupo

Escuela de Ingeniería Civil

2024

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

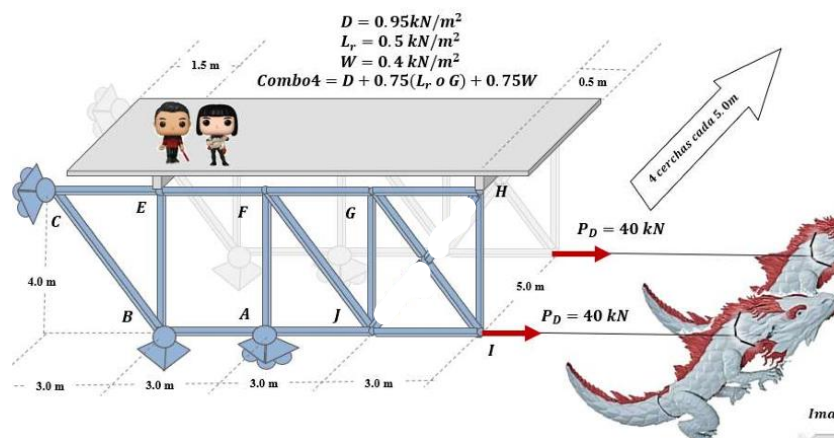
EJERCICIO 1

Una estructura de cubierta compuesta por 4 cerchas en la aldea Ta-Lo, sirve como base para que Shang-Chi y su hermana Xialing realicen su entrenamiento de artes místicas. En un instante del entrenamiento varios dragones aplican fuerzas permanentes de tensión al punto I de las 4 armaduras ocasionando el análisis de los nuevos ingenieros civiles de Marvel. ¿Habrá estabilidad?

Teniendo en cuenta que Shang-Chi (1.1 kN) y Xialing (0.95 kN) aportan carga a las fuerzas descritas en la **Figura 1**, establezca el análisis inicial del ejercicio de la armadura más cargada despreciando el peso propio de los elementos.

Figura 1

Armaduras de análisis



Nota. BENJUMEA, José. BUELVAS, Homer. ESTÁTICA: PROBLEMAS PARA PARCIALES 2013-2016


Solución 1

Interpretando el ejercicio vemos que la estructura conformada por varias armaduras está siendo sometida por dos fuerzas externas puntuales en dirección x en los nodos I. Además de la transferencia de cargas que transmite la cubierta hacia los nodos E y H. Teniendo en cuenta esto, nos damos cuenta de que podremos resolver el ejercicio por medio de las ecuaciones de resolución de armaduras.

Por otro lado, podemos observar en la **Figura 1** que el ejercicio se puede resolver en 2D en el plano XY debido a que está contenida la armadura y las cargas en el plano XY.

1.1. Identificación de apoyos

En la **Figura 1** se puede identificar que en la estructura se encuentran tres apoyos que podemos identificar fácilmente. Los cuales son dos patines (de una reacción cada uno) en los puntos A y C, además de una rótula (de dos reacciones) en el punto B. Cómo ya se dijo anteriormente el ejercicio se puede resolver en 2D por lo que el GIE externo e interno de la estructura de la estructura se presenta a continuación:

 ESCUELA DE INGENIERIA Civil MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

1.2 GIE externo e interno

$$GIE_{\text{externo}} = \text{incógnitas} - \text{ecuaciones} \rightarrow 4 - 3 = 1$$

Cómo nos podemos dar cuenta externamente estamos frente a una estructura indeterminada hiperestática completamente restringida, posiblemente habrá una reacción redundante que no podremos hallar con las ecuaciones de equilibrio externo. Sin embargo, vamos a hallar el GIE interno para mirar si es posible que podamos hallar esta redundante con equilibrio interno.

$$GIE_{\text{interno}} = (m + r) - 2n \rightarrow (14 + 4) - 2 \times 9 = 0$$

Confirmamos que nuestra estructura internamente es determinada por lo que es posible que podamos hallar cada una las fuerzas o incógnitas del ejercicio.

1.3. Evaluación de carga

Como se observa en el enunciado del ejercicio la estructura estará siendo sometida a las siguientes cargas:

$$D = 0.95 \frac{KN}{m^2} \quad L_r = 0.5 \frac{KN}{m^2} \quad W = 0.4 \frac{KN}{m^2} \quad G = 1 \frac{KN}{m^2}$$

Dada las cargas presentadas anteriormente evaluamos en cada combo de esfuerzos presentadas en la NSR-10 título B, donde nos damos cuenta de que el combo más crítico es el combo 4. Donde:

$$W_{cub} = \text{Combo 4} = D + 0.75 \times (G \text{ ó } L_r) + 0.75 W$$

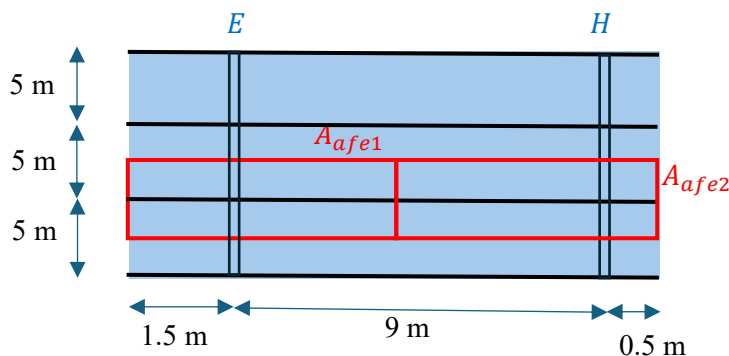
$$W_{cub} = \text{Combo 4} = 2 \frac{KN}{m^2}$$

1.4. Transferencia de carga cubierta a nodos


Para transmitir la carga de la cubierta en metros cuadrados a la armadura vamos a realizarlo por medio del método de áreas aferentes. Donde vamos a tener en cuenta el ancho y la longitud aferentes cómo se muestra en la **Figura 2**.

Figura 2

Vista en planta



Nota. Autoría propia.

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

Cómo se observó anteriormente vemos que las armaduras más cargadas serán las intermedias donde tendrán un área aferente mayor a las de los bordes. Es por esto que la transferencia a los nodos E y F quedan de la siguiente manera.

$$P_E = 2 \frac{KN}{m^2} \times \left(1.5m + \frac{9m}{2}\right) \times 5m = 60KN$$

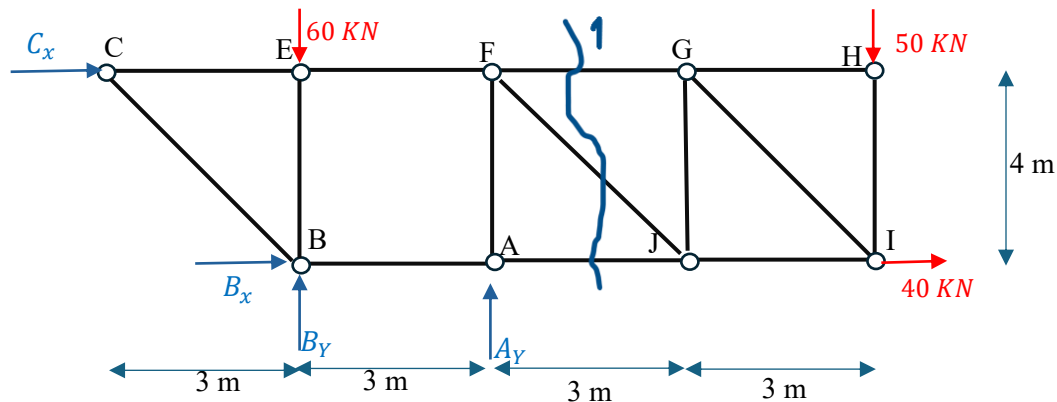
$$P_h = 2 \frac{KN}{m^2} \times \left(0.5m + \frac{9m}{2}\right) \times 5m = 50KN$$

1.5. Realizando un DCL

Realizando un DCL de la estructura en el plano XY como se muestra en la **Figura 3**. Donde representaremos las cargas, distancias y reacciones de nuestra armadura en estudio.

Figura 3

DCL Armadura



Nota. Autoría propia.


1.6. Realizando equilibrio interno por método cortes y nodos

Cómo la armadura a analizar es hiperestática externamente debemos realizar directamente un análisis interno de las fuerzas de cada elemento de la armadura, teniendo en cuenta que despreciamos peso propio y que para poder hallarlas disponemos de dos métodos donde lo ideal es poder combinar ambos métodos. Además de esto, debemos hacer un análisis previo de los elementos y tratar de determinar fácilmente los elementos que serán fuerza cero ya que son casos especiales que se pueden percibir a simple vista.

Elemento Fuerza Cero y Casos Especiales

Cómo se puede observar en la Figura 3 vemos que el elemento GH es un elemento de fuerza cero ya que en el nodo H vemos que recibe una carga puntual vertical a dos elementos ortogonales entre sí por lo que se puede deducir fácilmente que el elemento paralelo (barra HI) a la carga será el que resista toda esa carga y por ende el elemento GH sea fuerza cero. Quedando finalmente de la siguiente manera:

$$F_{GH} = 0 \quad F_{HI} = 50 \text{ kN (compresión)}$$

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

Además de lo anterior, si nos fijamos en los dos nodos E y A respectivamente vemos que se cumple el caso donde hay 4 fuerzas en juego que 2 son paralelas y ortogonales entre sí por lo que podemos deducir fácilmente que:

$$F_{EB} = 60 \text{ KN (Compresión)} \quad F_{CE} = F_{EF}$$

$$F_{AF} = A_y \quad F_{AB} = F_{AJ}$$

Hallamos fuerzas internas

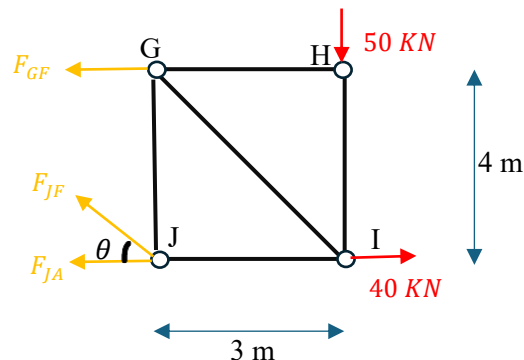
Para hallar las fuerzas internas sabemos que existen dos métodos muy comunes los cuales son nodos y secciones. Es por esto por lo que empezaremos por el método de secciones ya que es el método que me permite hallar 3 fuerzas en una sección (teniendo en cuenta que realizamos la sección solo cortando tres elementos o incógnitas y sin dejar ningún nodo libre) y posterior a esto usaremos el método de nodos para hallar las fuerzas faltantes.

Figura 4

Sección 1

$$\theta = \tan^{-1}(4/3)$$

$$\theta = 53.13^\circ$$



Nota. Autoría propia.

$$\sum M_{Z_J} = 0 \rightarrow F_{GF} \times 4m - 50\text{KN} \times 3m = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -50\text{KN} + F_{JF} \times \sin(\theta) = 0$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow 40\text{KN} - F_{GF} - F_{JF} \times \cos(\theta) - F_{JA} = 0$$

Resolviendo el sistema 3x3

$$F_{GF} = 37.5 \text{ KN (Tensión)}$$

$$F_{JF} = 62.5 \text{ KN (Tensión)}$$

$$F_{JA} = -35 \text{ KN (Compresión)}$$


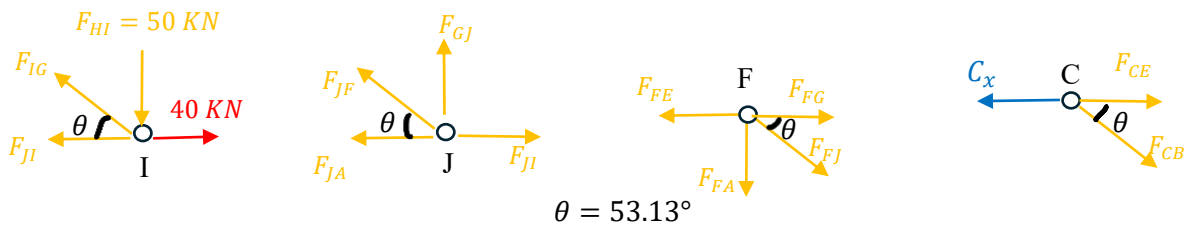
 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

Figura 5

Nodo I, J, F, C



Nota. Autoría propia.

Nodo I

$$\begin{aligned}
 F_y = 0 &\rightarrow -50\text{KN} + F_{IG} \times \text{sen}(\theta) = 0 \\
 F_x = 0 &\rightarrow 40\text{KN} - F_{IG} \times \text{cos}(\theta) - F_{JI} = 0 \\
 F_{IG} &= 62.5 \text{ KN (Tensión)} \quad F_{JI} = 2.5 \text{ KN (Tensión)}
 \end{aligned}$$

Nodo J

$$\begin{aligned}
 F_y = 0 &\rightarrow F_{GJ} + F_{JF} \times \text{sen}(\theta) = 0 \\
 F_{GJ} &= -50 \text{ KN (Compresión)}
 \end{aligned}$$

Nodo F

$$\begin{aligned}
 F_y = 0 &\rightarrow -F_{FA} - F_{FJ} \times \text{sen}(\theta) = 0 \\
 F_x = 0 &\rightarrow F_{FG} + F_{FJ} \times \text{cos}(\theta) - F_{FE} = 0 \\
 F_{FA} &= -50 \text{ KN (Compresión)} \quad F_{FE} = 75 \text{ KN (Tensión)}
 \end{aligned}$$


Nodo C

$$\begin{aligned}
 F_y = 0 &\rightarrow F_{CB} \times \text{sen}(\theta) = 0 \\
 F_x = 0 &\rightarrow C_x + F_{CB} \times \text{cos}(\theta) + F_{CE} = 0 \\
 F_{CB} &= 0 \text{ KN} \quad C_x = -75 \text{ KN} \quad \leftarrow
 \end{aligned}$$

Finalmente hallamos las reacciones restantes realizando **equilibrio externo**.

$$\begin{aligned}
 \sum M_{z_B} = 0 &\rightarrow -C_x \times 4m + A_y \times 3m - 50\text{KN} \times 9m = 0 \\
 \sum F_y = 0 &\rightarrow B_y + A_y - 50\text{KN} - 60\text{KN} = 0 \\
 \sum F_x = 0 &\rightarrow C_x + B_x + 40\text{KN} = 0
 \end{aligned}$$

Resolviendo el 3x3 del equilibrio externo.

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

$$A_y = 50 \text{ KN} \uparrow \quad B_y = 60 \text{ KN} \uparrow \quad B_x = 35 \text{ KN} \rightarrow$$

Con ya todas las fuerzas internas de los elementos y las reacciones de la armadura. Se procede a realizar el diagrama de fuerza axial por medio del software Ftool, lo cual nos sirve para darnos cuenta si lo hecho anteriormente está correcto o no. Además, podemos corroborar que nuestra estructura es determinada y totalmente restringida por lo que es estable. A continuación, presentamos el resumen de las fuerzas externas e internas y el DFA en la **Figura 6**.

Reacciones

$$A_y = 50 \text{ KN} \uparrow \quad B_y = 60 \text{ KN} \uparrow \quad B_x = 35 \text{ KN} \rightarrow \quad C_x = 75 \text{ KN} \leftarrow$$

Fuerzas internas

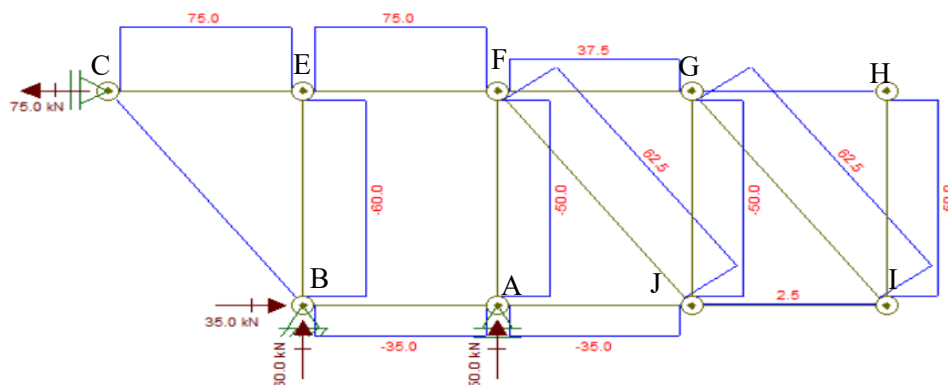
$$F_{CE} = 75 \text{ KN (T)} \quad F_{CB} = 0 \text{ KN} \quad F_{EB} = 60 \text{ KN (C)} \quad F_{EF} = 75 \text{ KN (T)}$$

$$F_{BA} = 35 \text{ KN (C)} \quad F_{FA} = 50 \text{ KN (C)} \quad F_{AJ} = 35 \text{ KN (C)} \quad F_{FJ} = 62.5 \text{ KN (T)}$$


$$F_{FG} = 37.5 \text{ KN (T)} \quad F_{GJ} = 50 \text{ KN (C)} \quad F_{JI} = 2.5 \text{ KN (T)} \quad F_{GI} = 62.5 \text{ KN (T)}$$

$$F_{GH} = 0 \text{ KN} \quad F_{HI} = 50 \text{ KN (C)}$$

Figura 6
DFA [KN]



Nota. DFA elaborado por el software Ftool.

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

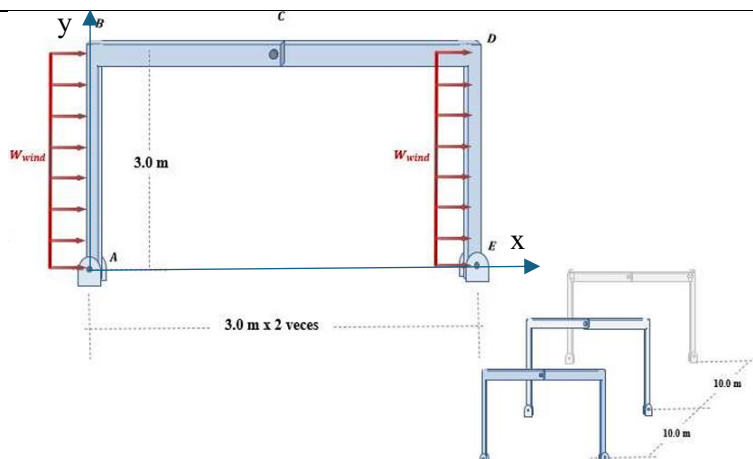
EJERCICIO 2

Una estructura arquitectónica compuesta por 3 marcos de elementos simétricos, también en la aldea Ta-Lo, sirve como base para otro tipo de entrenamiento de Shang-Chi con cargas de viento horizontales. En un instante del entrenamiento las estructuras soportan toda la carga mínima hasta ahora descritas en los sectores AB y ED.

Teniendo en cuenta que la carga de viento está distribuida lateralmente en toda su área con un valor de $0.4 \frac{KN}{m^2}$, establezca el analisis inicial del ejercicio del marco más cargado sin considerar pesos propios. Tenga en cuenta que en la Figura 1 se muestra la carga descrita anteriormente. ¿Habrá estabilidad en esta estructura? Y realice el DFA del marco en estudio.

Figura 1

Marco ABCDE



Nota. BENJUMEA, José. BUELVAS, Homer. ESTÁTICA: PROBLEMAS PARA PARCIALES 2013-2016


Solución 2

Interpretando el ejercicio vemos que la estructura conformada por varios marcos está siendo sometida por dos fuerzas externas distribuidas en dirección x en los tramos AB y DE que nace de la transferencia de cargas que transmite el área lateral de la estructura hacia los tramos. Teniendo en cuenta esto, nos damos cuenta de que podremos resolver el ejercicio por medio de las ecuaciones de resolución de marcos y despieces.

Por otro lado, podemos observar en la **Figura 1** que el ejercicio se puede resolver en 2D en el plano XY debido a que está contenida el marco y las cargas en el plano XY.

2.1. Identificación de apoyos

En la **Figura 1** se puede identificar que en la estructura se encuentran dos apoyos que podemos identificar fácilmente en los puntos A y E. Los cuales son dos articulaciones (de dos reacciones cada uno) en los puntos A y E, además de una conexión articulada en el punto C. Cómo ya se dijo anteriormente el ejercicio se puede resolver en 2D por lo que el GIE externo e interno de la estructura de la estructura se presenta a continuación:

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

2.2 GIE externo e interno

$$GIE_{\text{externo}} = \text{incógnitas} - \text{ecuaciones} \rightarrow 4 - 3 = 1$$

Cómo nos podemos dar cuenta externamente estamos frente a una estructura indeterminada hiperestática completamente restringida, posiblemente habrá una reacción redundante que no podremos hallar con las ecuaciones de equilibrio externo. Sin embargo, vamos a hallar el GIE interno para mirar si es posible que podamos hallar esta redundante con equilibrio interno.

$$GIE_{\text{interno}} = (s + 2j + r) - 3m \rightarrow (0 + 2 \times (1) + 4) - 3 \times 2 = 0$$

Confirmamos que nuestra estructura internamente es determinada por lo que es posible que podamos hallar cada una las fuerzas o incógnitas del ejercicio.

2.3. Evaluación de carga

Como se observa en el enunciado del ejercicio la estructura estará siendo sometida a la siguiente carga:

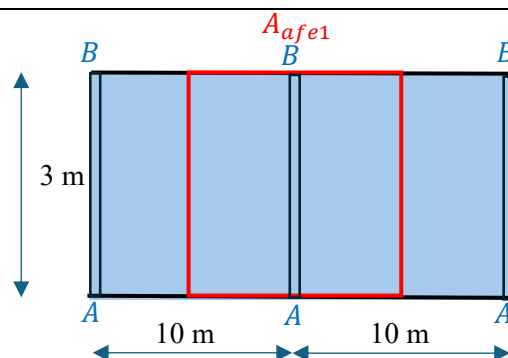
$$W_{\text{viento}} = 0.4 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2}$$

2.4. Transferencia de carga cubierta a nodos

Para transmitir la carga del lateral en metros cuadrados al marco vamos a realizarlo por medio del método de áreas aferentes. Donde vamos a tener en cuenta el ancho y la longitud aferentes cómo se muestra en la **Figura 2**.

Figura 2


Vista en perfil



Nota. Autoría propia.

Cómo se observó anteriormente vemos que las armaduras más cargadas serán las intermedias donde tendrán un área aferente mayor a las de los bordes. Es por esto por lo que la transferencia a los tramos queda de la siguiente manera.

$$W_v = 0.4 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2} \times (10\text{m}) = 4 \frac{\text{KN}}{\text{m}}$$

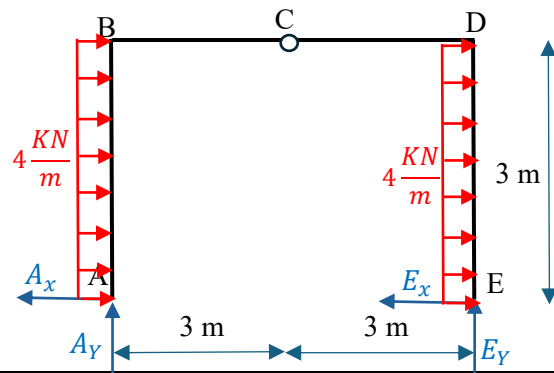
 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

2.5. Realizando un DCL

Realizando un DCL de la estructura en el plano XY como se muestra en la **Figura 3**. Donde representaremos las cargas, distancias y reacciones de nuestro marco en estudio.

Figura 3

DCL Pórtico



Nota. Autoría propia.

2.6 Realizamos equilibrio externo del marco

Cómo se puede observar en la **Figura 3**. El marco para analizar es totalmente simétrico ya que tanto su geometría como sus cargas están distribuidos a iguales distancias. Es por esto por lo que esperamos que las reacciones en el punto A sean de igual magnitud en las del punto E (asimismo con las fuerzas internas del elemento de la izquierda con el de la derecha).

$$\begin{aligned}\sum M_{z_A} = 0 &\rightarrow E_y \times 6m - 2 \times 4 \frac{KN}{m} \times 3m \times 1.5m = 0 \\ \sum F_y = 0 &\rightarrow A_y + E_y = 0 \\ \sum F_x = 0 &\rightarrow -A_x - E_x + 2 \times 4 \frac{KN}{m} \times 3m = 0\end{aligned}$$

Resolviendo el sistema 3x3 queda de la siguiente manera:

$$A_y = -6 \text{ KN} \downarrow \quad E_y = 6 \text{ KN} \uparrow$$

2.7 Realizando equilibrio interno por despiece

Cómo el marco a analizar es hiperestático externamente debemos realizar directamente un análisis interno de las fuerzas de cada elemento del marco, teniendo en cuenta que despreciamos peso propio y que para poder hallarlas disponemos del despiece del marco.

Hallamos fuerzas internas

Para hallar las fuerzas internas sabemos que existe el método de despiece donde podremos realizar equilibrio estático en estos despieces. Es por esto por lo que empezaremos a realizar estos despieces y a resolver primero el despiece estático para poder terminar de obtener todas las incógnitas del ejercicio.


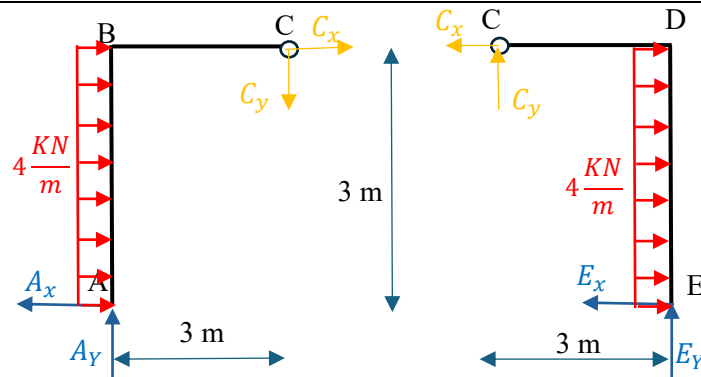
 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

Figura 4

Despiece del Pórtico



Nota. Autoría propia.

Pórtico de la izquierda

$$\begin{aligned} \sum M_{z_A} = 0 &\rightarrow -C_x \times 3m - 4 \frac{KN}{m} \times 3m \times 1.5m - C_y \times 3m = 0 \\ \sum F_y = 0 &\rightarrow A_y - C_y = 0 \\ \sum F_x = 0 &\rightarrow -A_x + C_x + 4 \frac{KN}{m} \times 3m = 0 \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema 3x3

$$\begin{aligned} C_y &= -6 \text{ KN} \uparrow \\ C_x &= 0 \text{ KN} \\ A_x &= 12 \text{ KN} \leftarrow \end{aligned}$$

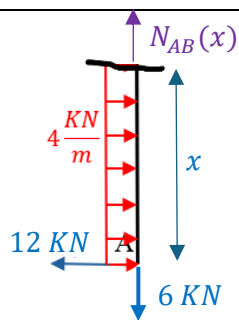
Teniendo en cuenta que el marco es simétrico, la reacción $C_x = A_x$ y $E_y = 6 \text{ KN}$

Realizando cortes para poder hallar las ecuaciones de fuerzas internas y poder graficar el DFA del marco en estudio.


CORTE AB $0 \leq x \leq 3m$

Figura 5

Corte AB



Nota. Fuente: Propia

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

Solamente vamos a evaluar el axial debido a que el ejercicio es lo que pide. Sin embargo, es necesario aclarar que también existen fuerzas internas cortantes y de momento.

$$\sum F_{axiales} = 0 \rightarrow N_{AB}(x) - 6KN = 0$$

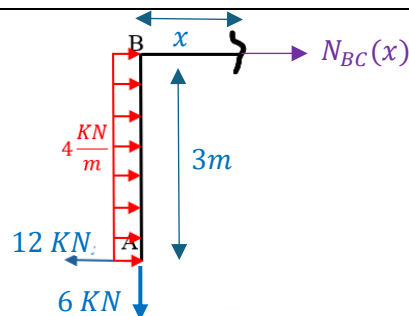
$$N_{AB}(x) = 6KN \text{ (Tensión)}$$

Aclaremos que en el pórtico CDE la fuerza axial en el tramo DE es de igual magnitud, pero de compresión ya que la reacción en E es de igual magnitud en A pero en sentido contrario.

CORTE BC $0 \leq x \leq 3m$

Figura 6

Corte BC



Nota. Fuente: Propia

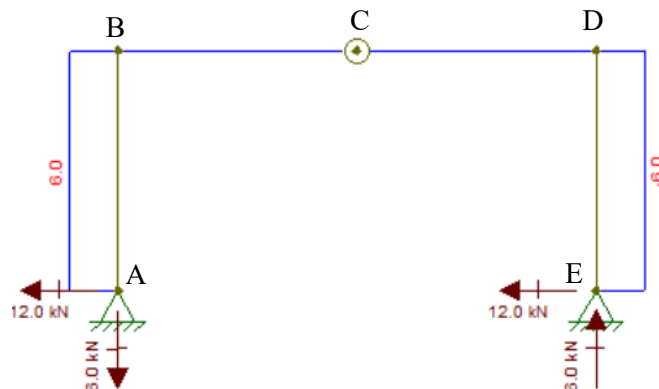
$$\sum F_{axiales} = 0 \rightarrow N_{BC}(x) - 12KN + 4 \frac{KN}{m} \times 3m = 0$$

$$N_{BC}(x) = 0 \text{ KN}$$


Aclaremos que en el pórtico CDE la fuerza axial en el tramo CD es de igual magnitud al de BC

Figura 6

DFA[KN]



Nota. DFA elaborado por el software Ftool.

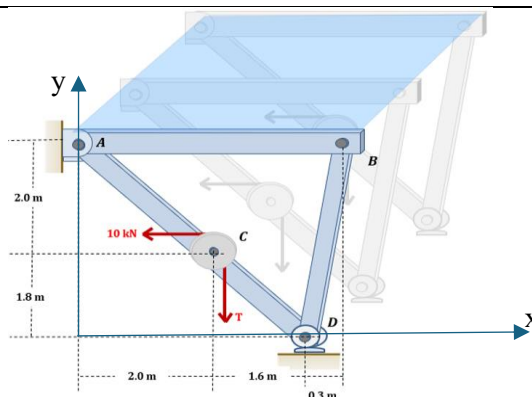
 ESCUELA DE INGENIERIA Civil MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

EJERCICIO 3

Una estructura de cubierta esta soportada por varios marcos de tres elementos distanciados cada 4m y soportando una carga distribuida uniforme de $4 \frac{kN}{m^2}$ y el soporte de una polea en la unión C con las fuerzas mostradas en la Figura inferior, si NO se considera el peso propio de los elementos, determine:

- El DCL del despiece del marco intermedio más cargado para todos los elementos.
- Las fuerzas de las uniones A, B, C y D para el marco intermedio más cargado.
- El DFA, DFC, DMF del elemento AD.

Figura 1
Marco ABCD



Nota. BENJUMEA, José. BUELVAS, Homer. ESTÁTICA: PROBLEMAS PARA PARCIALES 2013-2016

Nota: NO concentre las fuerzas puntuales resultados del equilibrio externo en el elemento AD.


Solución 3

Interpretando el ejercicio vemos que la estructura conformada por varios marcos está siendo sometida por una fuerza externa distribuida en dirección “y” de la cubierta que la transmite a los marcos y una fuerza puntual de 10 kN aplicada en la polea en C. Teniendo en cuenta esto, nos damos cuenta de que podremos resolver el ejercicio por medio de las ecuaciones de resolución de marcos y despieces.

Por otro lado, podemos observar en la **Figura 1** que el ejercicio se puede resolver en 2D en el plano XY debido a que está contenida el marco y las cargas en el plano XY.

3.1. Identificación de apoyos

En la **Figura 1** se puede identificar que en la estructura se encuentran dos apoyos que podemos identificar fácilmente en los puntos A y D. Donde hay una articulación (de dos reacciones) en el punto A, además de una conexión simple en el punto D. Cómo ya se dijo anteriormente el ejercicio se puede resolver en 2D por lo que el GIE externo e interno de la estructura de la estructura se presenta a continuación:

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

3.2 GIE externo e interno

$$GIE_{\text{externo}} = \text{incógnitas} - \text{ecuaciones} \rightarrow 3 - 3 = 0$$

Cómo nos podemos dar cuenta externamente estamos frente a una estructura determinada Isostática completamente restringida, hay un eslabón en el marco debido a que el elemento BD NO soporta una carga, está biarticulado. Dicho esto, vamos a hallar el GIE interno para mirar si es posible determinar cada fuerza en los elementos por medio del equilibrio interno.

$$GIE_{\text{interno}} = (s + 2j + r) - 3m \rightarrow (1 + 2 \times (1) + 3) - 3 \times 2 = 0$$

Confirmamos que nuestra estructura internamente es determinada por lo que es posible que podamos hallar cada una las fuerzas o incógnitas del ejercicio.

3.3. Evaluación de carga

Como se observa en el enunciado del ejercicio la estructura estará siendo sometida a la siguiente carga:

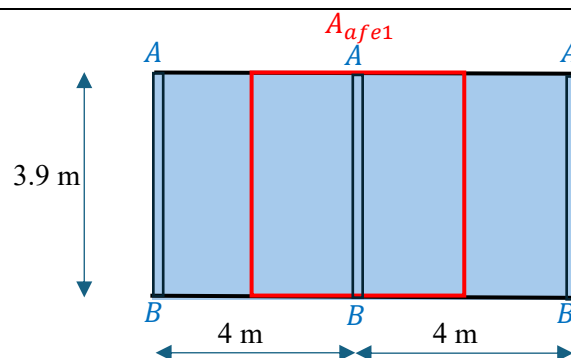
$$W_{\text{cub}} = 4 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2}$$

3.4. Transferencia de carga cubierta a nodos

Para transmitir la carga del lateral en metros cuadrados al marco vamos a realizarlo por medio del método de áreas aferentes. Donde vamos a tener en cuenta el ancho y la longitud aferentes cómo se muestra en la **Figura 2**.

Figura 2


Vista en perfil



Nota. Autoría propia.

Cómo se observó anteriormente vemos que los marcos más cargados serán las intermedias donde tendrán un área aferente mayor a las de los bordes. Es por esto por lo que la transferencia a los tramos queda de la siguiente manera.

$$W_v = 4 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2} \times (4\text{m}) = 16 \frac{\text{KN}}{\text{m}}$$

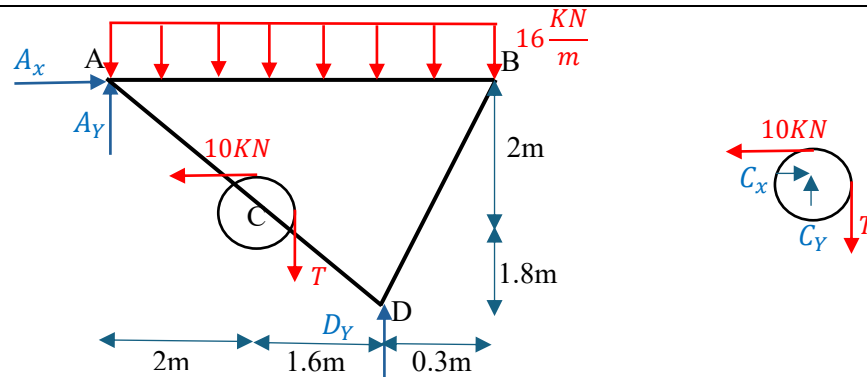
 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

3.5. Realizando un DCL

Realizando un DCL de la estructura en el plano XY como se muestra en la **Figura 3**. Donde representaremos las cargas, distancias y reacciones de nuestro marco en estudio.

Figura 3

DCL marco ABCD



Nota. Autoría propia. Las reacciones de la polea se transmiten al elemento AD en sentidos contrarios

3.6 Realizamos equilibrio externo del marco

Cómo se puede observar en la **Figura 3** vamos a realizar momentos en el punto A ya que es el punto donde se encuentran el mayor número de incógnitas y debemos tener en cuenta que por tercera ley de Newton sabemos que al ser una polea la fuerza T es igual a 10 kN y las reacciones del punto C son de igual magnitud de carga y sentidos contrarios al mostrado en la parte derecha del DCL.

$$\begin{aligned} \sum M_{z_A} = 0 &\rightarrow D_y \times 3.6m - 10KN \times 2m - 10KN \times 2m - 16 \frac{KN}{m} \times 3.9m \times \frac{3.9m}{2} = 0 \\ \sum F_y = 0 &\rightarrow A_y + D_y - 16 \frac{KN}{m} \times 3.9m - 10KN = 0 \\ \sum F_x = 0 &\rightarrow A_x - 10KN = 0 \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema 3x3 queda de la siguiente manera:

$$A_y = 27.49 \text{ KN} \uparrow \quad A_x = 10 \text{ KN} \quad D_y = 44.91 \text{ KN} \uparrow$$

3.7 Realizando equilibrio interno por despiece

Cómo el marco a analizar es isostático externamente debemos realizar un análisis interno de las fuerzas de cada elemento del marco para poder dibujar sus diagramas, teniendo en cuenta que despreciamos peso propio y que para poder hallarlas disponemos del despiece del marco.

Hallamos fuerzas internas

Para hallar las fuerzas internas sabemos que existe el método de despiece donde podremos realizar equilibrio estático en estos despieces. Es por esto por lo que empezaremos a realizar estos despieces y a resolver primero el despiece isostático para poder determinar las fuerzas que se transmiten en los elementos.


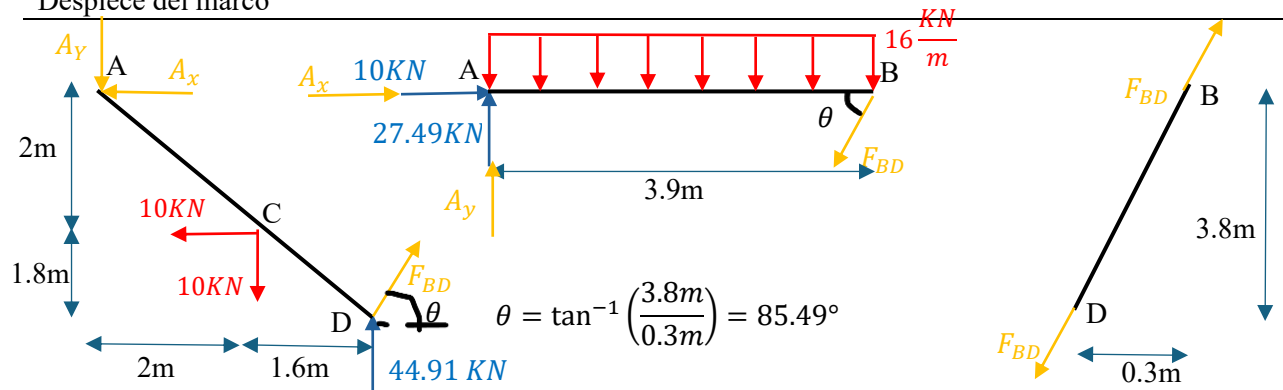
 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

Figura 4

Despiece del marco



Nota. Autoría propia.

Despiece de la mitad

$$\begin{aligned} \sum M_{zA} = 0 &\rightarrow -16 \frac{\text{KN}}{\text{m}} \times 3.9\text{m} \times \frac{3.9\text{m}}{2} - F_{BD} \times \sin(\theta) \times 3.9\text{m} = 0 \\ \sum F_y = 0 &\rightarrow -16 \frac{\text{KN}}{\text{m}} \times 3.9\text{m} + A_y + 27.49 \text{ KN} - F_{BD} \times \sin(\theta) = 0 \\ \sum F_x = 0 &\rightarrow A_x + 10 \text{ KN} - F_{BD} \times \cos(\theta) = 0 \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema 3x3

$$\begin{aligned} A_y &= 3.71 \text{ KN} \uparrow \\ A_x &= -12.46 \text{ KN} \leftarrow \\ F_{BD} &= -31.3 \text{ KN (Compresión)} \end{aligned}$$

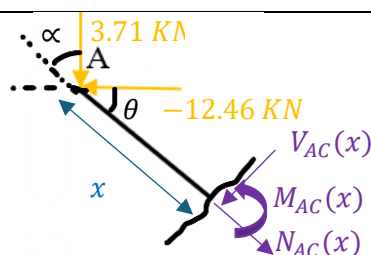
Para realizar los DFC, DFA y DMF. Vamos a hallar las ecuaciones de fuerza cortante, axial y momentos internos por medio del método de cortes e integrales.

CORTE AC $0 \leq x \leq 2\sqrt{2}\text{m}$

Figura 5


Corte AC

$$\begin{aligned} \theta &= \tan^{-1}\left(\frac{3.8}{3.6}\right) \\ \theta &= 46.55^\circ \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \alpha &= \tan^{-1}\left(\frac{3.6}{3.8}\right) \\ \alpha &= 43.45^\circ \end{aligned}$$

Nota. Fuente: Propia

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

$$\sum F_{axiales} = 0 \rightarrow N_{AC}(x) - (-12.46 \text{ KN}) \times \cos(\theta) + 3.71 \text{ KN} \times \cos(\alpha) = 0$$

$$N_{AC}(x) = -11.26 \text{ KN}$$

$$\sum F_{cortantes} = 0 \rightarrow -V_{AC}(x) - 3.71 \text{ KN} \times \sin(\alpha) - (-12.46 \text{ KN}) \times \sin(\theta) = 0$$

$$V_{AC}(x) = 6.5 \text{ KN}$$

$$\sum M_{flector} = 0 \rightarrow M_{AC}(x) + 3.71 \text{ KN} \times \sin(\alpha) \times x + (-12.46 \text{ KN}) \times \sin(\theta) \times x = 0$$

$$M_{AC}(x) = 6.5 x$$

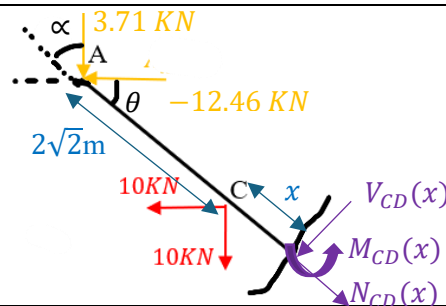
CORTE CD $0 \leq x \leq \frac{\sqrt{145}}{5} m$

Figura 6

Corte CD

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{3.8}{3.6}\right)$$

$$\theta = 46.55^\circ$$



$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{3.6}{3.8}\right)$$

$$\alpha = 43.45^\circ$$

Nota. Fuente: Propia

$$\sum F_{axiales} = 0 \rightarrow N_{CD}(x) - (-12.46 \text{ KN}) \times \cos(\theta) + 3.71 \text{ KN} \times \cos(\alpha) - 10 \text{ KN} \times \cos(\theta) + 10 \text{ KN} \times \cos(\alpha) = 0$$

$$N_{CD}(x) = -11.64 \text{ KN}$$

$$\sum F_{cortantes} = 0 \rightarrow -V_{AC}(x) - 3.71 \text{ KN} \times \sin(\alpha) - (-12.46 \text{ KN}) \times \sin(\theta) - 10 \text{ KN} \times \sin(\theta) - 10 \text{ KN} \times \sin(\alpha) = 0$$

$$V_{AC}(x) = -7.64 \text{ KN}$$

$$\sum M_{flector} = 0 \rightarrow M_{AC}(x) + 3.71 \text{ KN} \times \sin(\alpha) \times (x + 2\sqrt{2}) + (-12.46 \text{ KN}) \times \sin(\theta) \times (x + 2\sqrt{2}) + 10 \text{ KN} \times \sin(\alpha) \times (x) + 10 \text{ KN} \times \sin(\theta) \times (x) = 0$$

$$M_{AC}(x) = -7.64 x + 18.37$$

A continuación, en la figura 7 se muestran los DFA, DFC y DMF del marco donde se debe tener en cuenta que los resultados dados anteriormente no darán igual al del software debido a que en el planteamiento del ejercicio se asume que el elemento ACD es totalmente diagonal. Sin embargo, al modelarlo nos damos cuenta de que realmente el tramo AC y CD NO tienen la misma inclinación. Por lo que hace que haya esa diferencia en los resultados ya que pues el ejercicio en principio está de esa manera planteado.


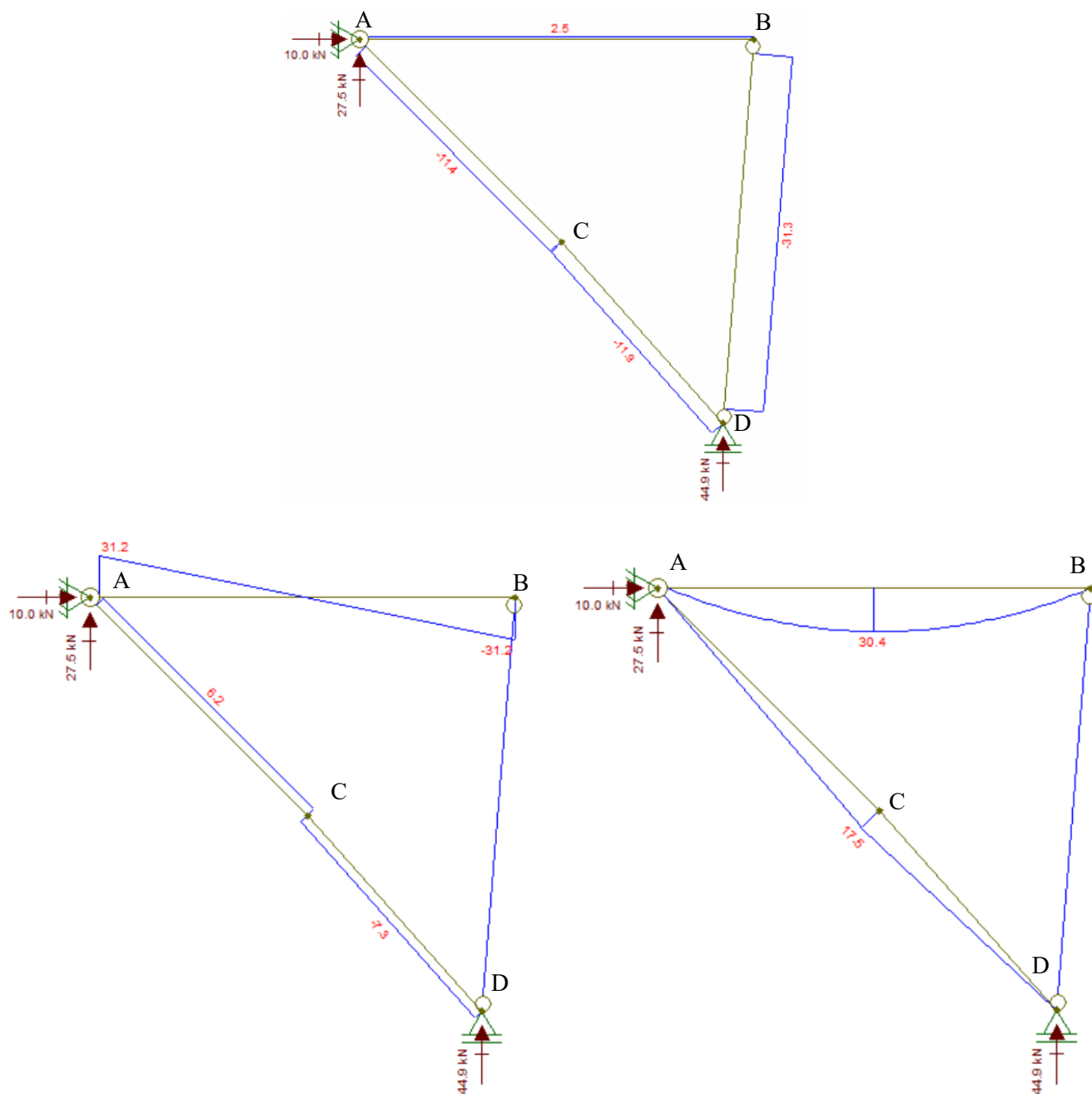

 ESCUELA DE INGENIERIA Civil MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

Figura 7
DFA[KN]



Nota. DFA elaborado por el software Ftool.

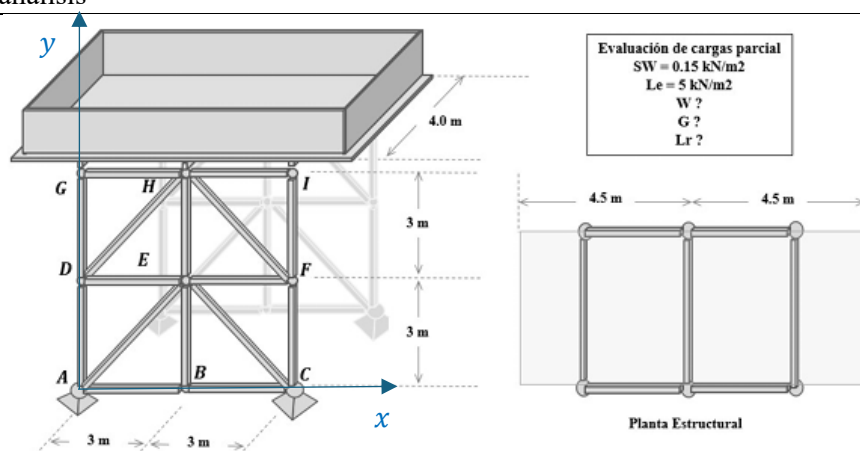
 ESCUELA DE INGENIERIA Civil MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

EJERCICIO 4

La torre de un tanque de agua tiene elementos tipo que son capaces de soportar los efectos del agua siempre presente por $5 \frac{kN}{m^2}$. Si intenta analizar la estructura que se muestra en la figura inferior, determine Las fuerzas internas de los elementos DG, DH, EH, FH y FI.

Figura 1

Armaduras de análisis



Nota. BENJUMEA, José. BUELVAS, Homer. ESTÁTICA: PROBLEMAS PARA PARCIALES 2013-2016

Solución 4

Interpretando el ejercicio vemos que la estructura conformada por varias armaduras está siendo sometida por tres fuerzas externas puntuales en dirección y en los nodos G, H e I producto de la transferencia de cargas que transmite la cubierta hacia los nodos ya mencionados. Teniendo en cuenta esto, nos damos cuenta de que podremos resolver el ejercicio por medio de las ecuaciones de resolución de armaduras.


Por otro lado, podemos observar en la **Figura 1** que el ejercicio se puede resolver en 2D en el plano XY debido a que está contenida la armadura y las cargas en el plano XY. Además vemos que la estructura es completamente simétrica por lo que podríamos esperar que las reacciones en A sean igual a C y lo mismo en sus fuerzas internas de cada elemento de la armadura.

4.1. Identificación de apoyos

En la **Figura 1** se puede identificar que en la estructura se encuentran dos apoyos que podemos identificar fácilmente. Los cuales son dos rotulas (de dos reacciones cada una) en los puntos A y C. Cómo ya se dijo anteriormente el ejercicio se puede resolver en 2D por lo que el GIE externo e interno de la estructura de la estructura se presenta a continuación:

4.2 GIE externo e interno

$$GIE_{externo} = incognitas - ecuaciones \rightarrow 4 - 3 = 1$$

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

Cómo nos podemos dar cuenta externamente estamos frente a una estructura indeterminada hiperestática completamente restringida, posiblemente habrá una reacción redundante que no podremos hallar con las ecuaciones de equilibrio externo. Sin embargo, vamos a hallar el GIE interno para mirar si es posible que podemos hallar esta redundante con equilibrio interno.

$$GIE_{interno} = (m + r) - 2n \rightarrow (16 + 4) - 2 \times 9 = 2$$

Confirmamos que nuestra estructura internamente es indeterminada por lo que NO es posible que podamos hallar cada una las fuerzas o incógnitas de la armadura. Sin embargo, las fuerzas internas que pide el ejercicio si podrán hallarse.

4.3. Evaluación de carga

Como se observa en el enunciado del ejercicio la estructura estará siendo sometida a las siguientes cargas:

$$D = 0.15 \frac{KN}{m^2} \quad L_e = 5 \frac{KN}{m^2}$$

Dada las cargas presentadas anteriormente evaluamos en cada combo de esfuerzos presentadas en la NSR-10 título B, donde nos damos cuenta de que el combo más crítico es el combo 3. Donde:

$$W_{cub} = \text{Combo 3} = D + H + F + (G \text{ ó } L_r \text{ ó } L_e)$$

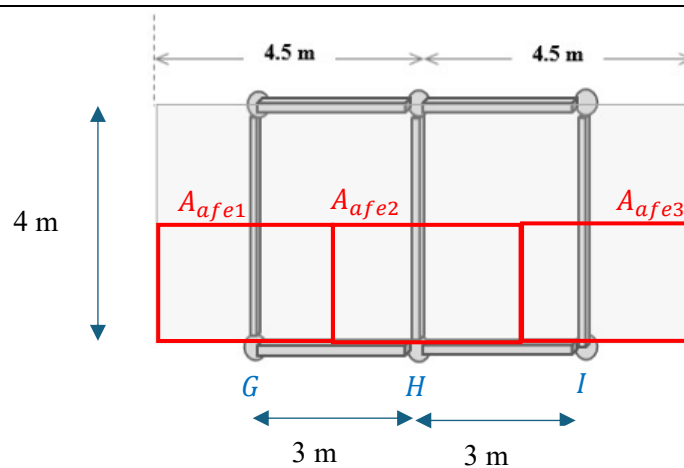
$$W_{cub} = \text{Combo 3} = 5.15 \frac{KN}{m^2}$$

4.4. Transferencia de carga cubierta a nodos


Para transmitir la carga de la cubierta en metros cuadrados a la armadura vamos a realizarlo por medio del método de áreas aferentes. Donde vamos a tener en cuenta el ancho y la longitud aferentes cómo se muestra en la **Figura 2**.

Figura 2

Vista en planta



Nota. Autoría propia.

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

Cómo se observó anteriormente vemos que las armaduras más cargadas serán las intermedias donde tendrán un área aferente mayor a las de los bordes. Es por esto que la transferencia a los nodos E y F quedan de la siguiente manera.

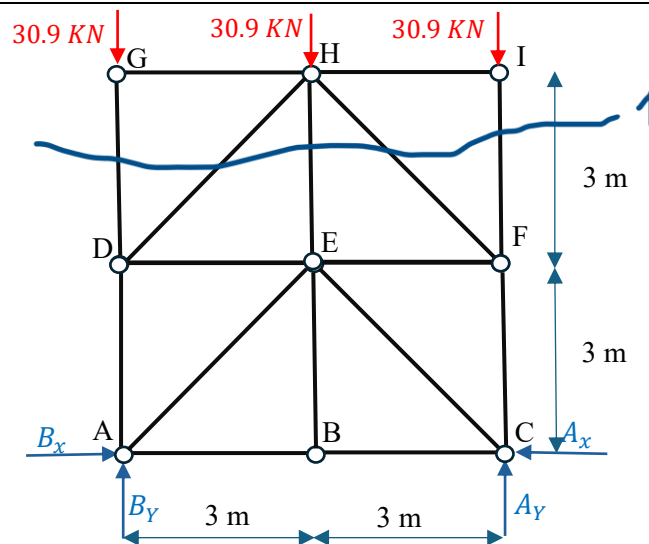
$$P_G = P_H = P_I = 5.15 \frac{KN}{m^2} \times (1.5m + 1.5m) \times 2m = 30.9 KN$$

4.5. Realizando un DCL

Realizando un DCL de la estructura en el plano XY como se muestra en la **Figura 3**. Donde representaremos las cargas, distancias y reacciones de nuestra armadura en estudio.

Figura 3

DCL Armadura




Nota. Autoría propia.

4.6. Realizando equilibrio interno por método cortes y nodos

Cómo la armadura a analizar es hiperestática externamente debemos realizar directamente un análisis interno de las fuerzas de cada elemento de la armadura, teniendo en cuenta que despreciamos peso propio y que para poder hallarlas disponemos de dos métodos donde lo ideal es poder combinar ambos métodos. Además de esto, debemos hacer un análisis previo de los elementos y tratar de determinar fácilmente los elementos que serán fuerza cero ya que son casos especiales que se pueden percibir a simple vista.

Elemento Fuerza Cero y Casos Especiales

Cómo se puede observar en la **Figura 3** vemos que el elemento GH es un elemento de fuerza cero ya que en el nodo G vemos que recibe una carga puntual vertical a un elemento ortogonal entre sí por lo que se puede deducir fácilmente que el elemento paralelo (barra GD) a la carga será el que resista toda esa carga y

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

por ende el elemento GH sea fuerza cero asimismo con la barra HI ya que la armadura es totalmente simétrica. Quedando finalmente de la siguiente manera:

$$F_{GH} = F_{HI} = 0 \text{ KN} \quad F_{GD} = F_{IF} = 30.9 \text{ KN (compresión)}$$

Además de lo anterior, si nos fijamos en los dos nodos B y H respectivamente vemos que se cumple el caso donde hay 3 elementos conectados donde 2 son paralelos entre sí y uno ortogonal a estos elementos. Por lo que ese elemento ortogonal es de fuerza cero. Así mismo en el nodo H sabiendo que hay simetría en los elementos y dos elementos son fuerza cero se puede deducir fácilmente que:

$$F_{HE} = F_{EB} = 0 \text{ KN}$$

Hallamos fuerzas internas

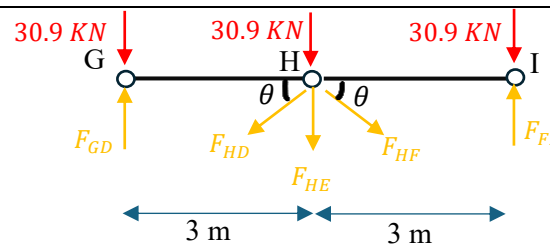
Para hallar las fuerzas internas sabemos que existen dos métodos muy comunes los cuales son nodos y secciones. Es por esto por lo que empezaremos por el método de secciones ya que es el método que me permite hallar 3 fuerzas en una sección (teniendo en cuenta que realizamos la sección solo cortando tres elementos o incógnitas y sin dejar ningún nodo libre) para hallar las fuerza que nos piden.

Figura 4

Sección 1

$$\theta = \tan^{-1}(3/3)$$

$$\theta = 45^\circ$$



Nota. Autoría propia.

$$\sum M_{zG} = 0 \rightarrow -30.9 \text{ KN} \times 3 \text{ m} - 30.9 \text{ KN} \times 6 \text{ m} - F_{HE} \times 3 \text{ m} - F_{HD} \times \sin(\theta) \times 3 \text{ m} - F_{HF} \times \sin(\theta) \times 3 \text{ m} + F_{FI} \times 6 \text{ m} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -30.9 \text{ KN} \times 3 + F_{GD} + F_{FI} - F_{HE} - F_{HD} \times \sin(\theta) - F_{HF} \times \sin(\theta) = 0$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow -F_{HD} \times \cos(\theta) + F_{HF} \times \cos(\theta) = 0$$


Resolviendo el sistema 3x3

$$F_{HD} = -6.4 \text{ KN (Compresión)}$$

$$F_{HE} = -21.8 \text{ KN (Compresión)}$$

$$F_{HF} = -6.4 \text{ KN (Compresión)}$$

Los anteriores resultados fueron corroborados por medio del software Ftool.

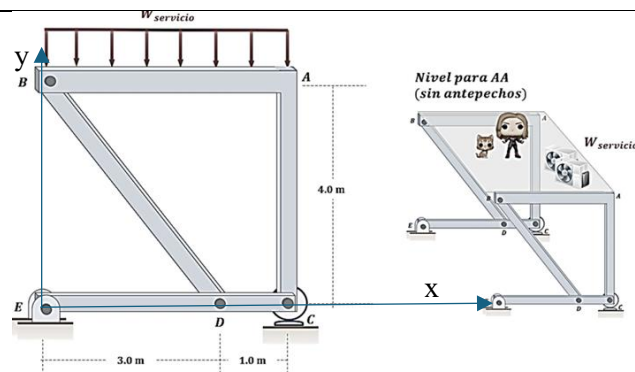
 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

EJERCICIO 5

Las siguientes estructuras tipo armazón sirven como soporte de una cubierta para un parqueadero de vehículos en la base de operaciones de SHIELD “Pegasus” (ancho de 7.0m). Esta estructura tiene elementos de sección transversal 100x300mm y es usada para soportar un área para la reunión de manejadoras y condensadoras de aire acondicionado de una oficina cercana (Nivel AA). La cubierta solo permite ingreso exclusivo del personal de mantenimiento ciertos días a la semana.

Figura 1

Marco ABCD



Nota. BENJUMEA, José. BUELVAS, Homer. ESTÁTICA: PROBLEMAS PARA PARCIALES 2013-2016

Determine:

- Las fuerzas en cada una de la(s) union(es).
- Las ecuaciones de las fuerzas internas de los elementos del marco estructural sin considerar el peso propio de BD.

Nota: Considere densidad del material como $78 \frac{kN}{m^3}$ solo para el peso propio del elemento EDC y la carga que se soporta en el nivel AA de $5 \frac{kN}{m^2}$


Solución 5

Interpretando el ejercicio vemos que la estructura conformada por dos marcos que están siendo sometidos por una fuerza externa distribuida ($W_{servicio}$) en dirección “y” de la cubierta que la transmite a los marcos. Teniendo en cuenta esto, nos damos cuenta de que podremos resolver el ejercicio por medio de las ecuaciones de resolución de marcos y despieces.

Por otro lado, podemos observar en la **Figura 1** que el ejercicio se puede resolver en 2D en el plano XY debido a que está contenida el marco y las cargas en el plano XY.

5.1. Identificación de apoyos

En la **Figura 1** se puede identificar que en la estructura se encuentran dos apoyos que podemos identificar fácilmente en los puntos E y C. Donde hay una articulación (de dos reacciones) en el punto E, además de

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

una conexión simple en el punto C. Cómo ya se dijo anteriormente el ejercicio se puede resolver en 2D por lo que el GIE externo e interno de la estructura de la estructura se presenta a continuación:

5.2 GIE externo e interno

$$GIE_{externo} = incognitas - ecuaciones \rightarrow 3 - 3 = 0$$

Cómo nos podemos dar cuenta externamente estamos frente a una estructura determinada Isostática completamente restringida, hay un eslabón en el marco ya que no recibe directamente ninguna carga y perfectamente trabaja como elemento de dos fuerzas. Dicho esto, vamos a hallar el GIE interno para mirar si es posible determinar cada fuerza en los elementos por medio del equilibrio interno.

$$GIE_{interno} = (s + 2j + r) - 3m \rightarrow (1 + 2 \times (1) + 3) - 3 \times 2 = 0$$

Confirmamos que nuestra estructura internamente es determinada por lo que es posible que podamos hallar cada una las fuerzas o incógnitas del ejercicio.

Nota: en las uniones de la ecuación de GIE interno solamente contamos las uniones entre elemento-elemento. NO se tiene en cuenta en elemento-eslabón.

5.3. Evaluación de carga

Como se observa en el enunciado del ejercicio la estructura estará siendo sometida a la siguiente carga:

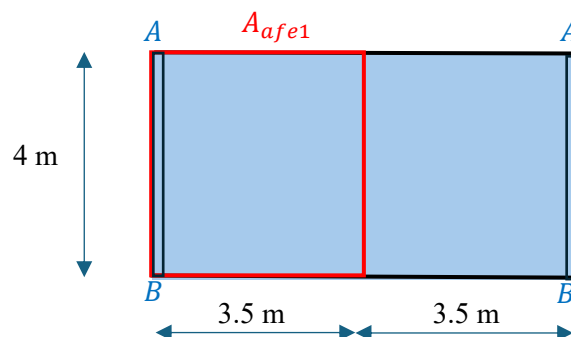
$$W_{cub} = 5 \frac{KN}{m^2}$$

5.4. Transferencia de carga cubierta a nodos


Para transmitir la carga del lateral en metros cuadrados al marco vamos a realizarlo por medio del método de áreas aferentes. Donde vamos a tener en cuenta el ancho y la longitud aferentes cómo se muestra en la **Figura 2**.

Figura 2

Vista en perfil



Nota. Autoría propia.

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

5.7 Realizando equilibrio interno por despiece

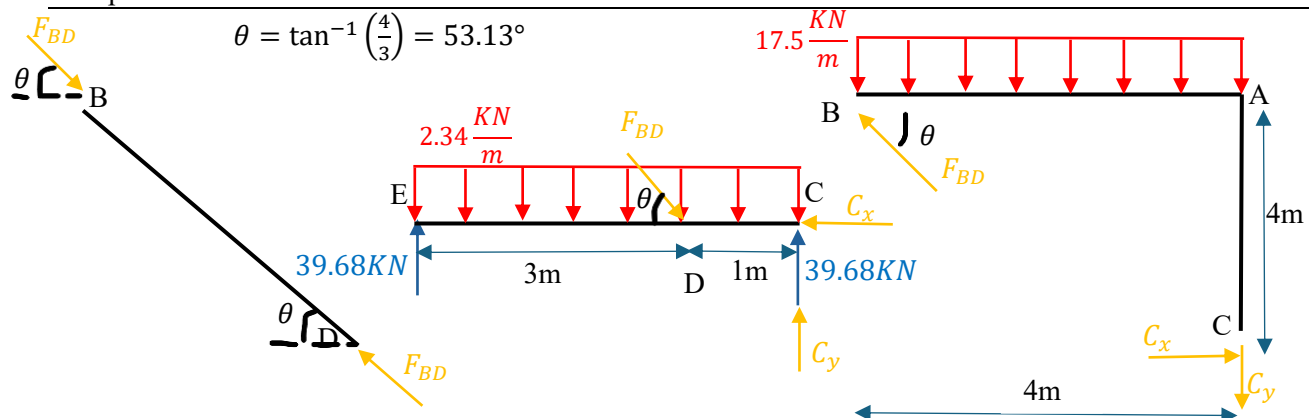
Cómo el marco a analizar es isostático externamente debemos realizar un análisis interno de las fuerzas de cada elemento del marco para poder dibujar sus diagramas, teniendo en cuenta que despreciamos peso propio (excepto en EDC) y que para poder hallarlas disponemos del despiece del marco.

Hallamos fuerzas internas

Para hallar las fuerzas internas sabemos que existe el método de despiece donde podremos realizar equilibrio estático en estos despieces. Es por esto por lo que empezaremos a realizar estos despieces y a resolver primero el despiece isostático para poder determinar las fuerzas que se transmiten en los elementos.

Figura 4

Despieces del marco



Nota. Autoría propia. Las reacciones ya se obtuvieron anteriormente

Despiece de la mitad

$$\sum M_{z_D} = 0 \rightarrow 2.34 \frac{KN}{m} \times 4m \times 1m + 39.68KN \times 1m - 39.68KN \times 3m + C_y \times 1m = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow C_y + 39.68KN \times 2 - 2.34 \frac{KN}{m} \times 4m - F_{BD} \times \sin(\theta) = 0$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow -C_x + F_{BD} \times \cos(\theta) = 0$$


Resolviendo el sistema 3x3

$$F_{BD} = 175 \text{ KN (compresión)}$$

$$C_x = 105 \text{ KN} \rightarrow$$

$$C_y = 70 \text{ KN} \uparrow$$

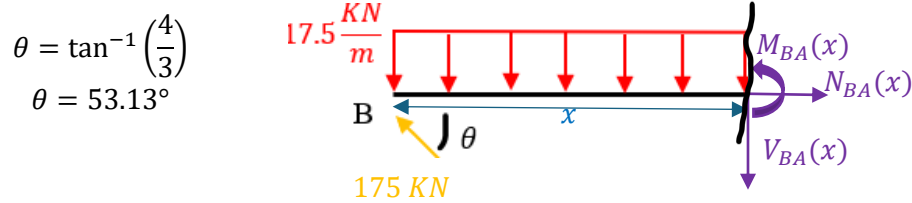
Para realizar los DFC, DFA y DMF. Vamos a hallar las ecuaciones de fuerza cortante, axial y momentos internos por medio del método de cortes e integrales.

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

CORTE BA $0 \leq x \leq 4m$

Figura 5

Corte BA



Nota. Fuente: Propia

$$\sum F_{axiales} = 0 \rightarrow N_{AC}(x) - 175KN \times \cos(\theta) = 0$$

$$N_{AC}(x) = 105 KN$$

$$\sum F_{cortantes} = 0 \rightarrow -V_{AC}(x) - 17.5 \frac{KN}{m} \times x + 175KN \times \sin(\theta) = 0$$

$$V_{AC}(x) = -17.5 x + 140$$

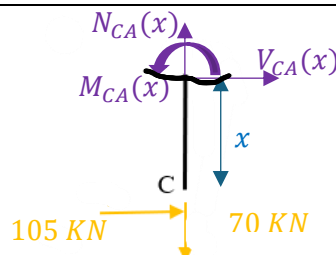
$$\sum M_{flector} = 0 \rightarrow M_{AC}(x) - 17.5 \frac{KN}{m} \times x \times \frac{x}{2} + 175KN \times \sin(\theta) \times x = 0$$

$$M_{AC}(x) = -17.5 \frac{x^2}{2} + 140 x$$

CORTE CA $0 \leq x \leq 4m$

Figura 6

Corte CA



Nota. Fuente: Propia

$$\sum F_{axiales} = 0 \rightarrow N_{CA}(x) - 70KN = 0$$

$$N_{CA}(x) = 70 KN$$


$$\sum F_{cortantes} = 0 \rightarrow V_{CA}(x) + 105KN = 0$$

$$V_{CA}(x) = -105 KN$$

$$\sum M_{flector} = 0 \rightarrow M_{CA}(x) + 105KN \times x = 0$$

$$M_{CA}(x) = -105 x$$

Ahora hallaremos las fuerzas internas del despiece de la mitad por el método de integrales.

 ESCUOLA DE INGENIERIA Civil MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

TRAMO ED $0 \leq x \leq 3m$

$$V_{ED}(x) = - \int 2.34 \, dx + 39.68$$

$$V_{ED}(x) = -2.34 x + 39.68$$

$$V_{ED}(0) = 39.68 \, KN \quad V_{ED}(3) = 32.66 \, KN$$

$$M_{ED}(x) = \int -2.34 x + 39.68 \, dx$$

$$M_{ED}(x) = -2.34 \frac{x^2}{2} + 39.68 x$$

$$M_{ED}(0) = 0 \quad M_{ED}(3) = 108.51 \, KN - m$$

TRAMO DC $0 \leq x \leq 1m$

$$V_{DC}(x) = - \int 2.34 \, dx + [-175KN \times \text{sen}(\theta)] + 32.66$$

$$V_{DC}(x) = -2.34 x - 107.34$$

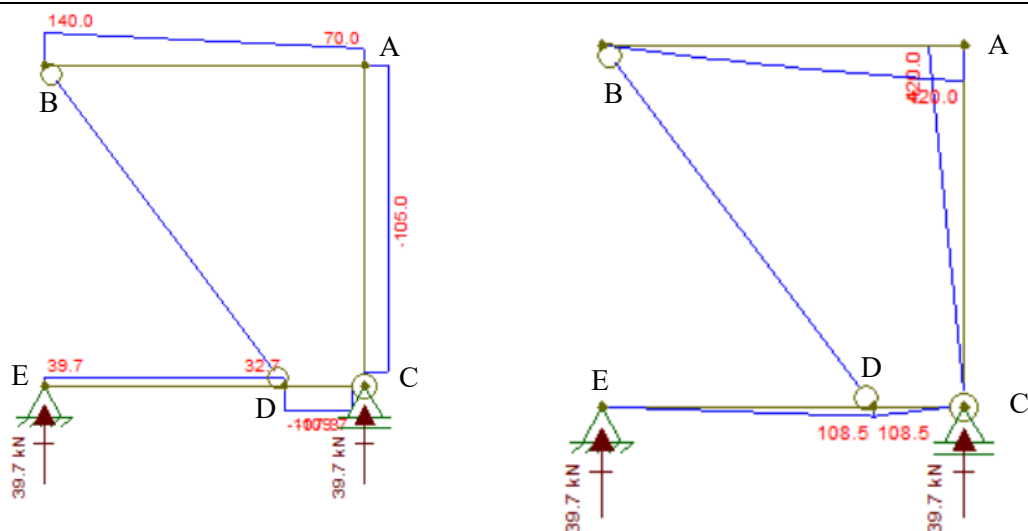
$$V_{DC}(0) = -107.34 \, KN \quad V_{DC}(1) = -109.68 \, KN$$

$$M_{DC}(x) = \int -2.34 x - 107.34 \, dx + 108.51$$


$$M_{DC}(x) = -2.34 \frac{x^2}{2} - 107.34 x + 108.51$$

$$M_{DC}(0) = 108.51 \, KN - m \quad M_{DC}(1) = 0$$

Figura 7
DFC[KN] y DMF[KN-m]



Nota. DFA elaborado por el software Ftool.

 ESCUELA DE INGENIERIA Civil MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

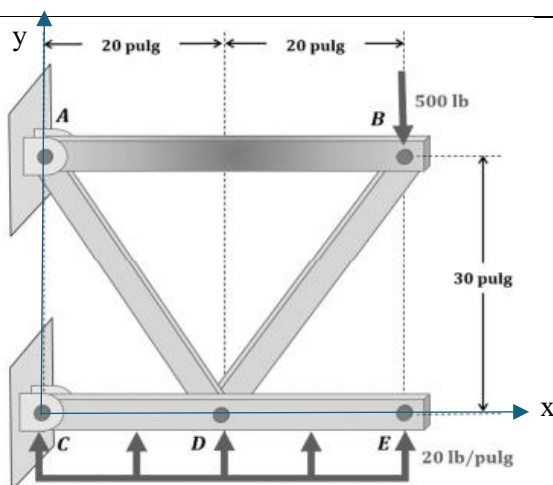
EJERCICIO 6

El marco estructural de la figura inferior posee 4 elementos de sección transversal 2x6 pulg², sin embargo, el elemento AB está compuesto por un material con mayor densidad específica (0.5 lb/pulg³) por lo que solo a este se le debe tener en cuenta su peso para el análisis estructural. Si consiera un apoyo articulado en los puntos A y C, determine:

- Las reacciones en los apoyos A y C.
- El DFC del elemento CDE.
- El DFA del elemento CDE.

Figura 1

Marco ABCD



Nota. BENJUMEA, José. BUELVAS, Homer. ESTÁTICA: PROBLEMAS PARA PARCIALES 2013-2016


Solución 6

Interpretando el ejercicio vemos que la estructura conformada por un marco que está siendo sometida por una fuerza externa distribuida de ($W = 20 \frac{\text{lb}}{\text{pulg}}$) en dirección “y” en toda la longitud del elemento CDE y una fuerza puntual en B con valor de 500 lb). Teniendo en cuenta esto, nos damos cuenta de que podremos resolver el ejercicio por medio de las ecuaciones de resolución de marcos y despieces.

Por otro lado, podemos observar en la **Figura 1** que el ejercicio se puede resolver en 2D en el plano XY debido a que está contenida el marco y las cargas en el plano XY.

6.1. Identificación de apoyos

En la **Figura 1** se puede identificar que en la estructura se encuentran dos apoyos que podemos identificar fácilmente en los puntos A y C. Donde hay dos articulaciones (de dos reacciones) en A y C. Como ya se dijo anteriormente el ejercicio se puede resolver en 2D por lo que el GIE externo e interno de la estructura de la estructura se presenta a continuación:

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

6.2 GIE externo e interno

$$GIE_{externo} = incognitas - ecuaciones \rightarrow 4 - 3 = 1$$

Cómo nos podemos dar cuenta externamente estamos frente a una estructura indeterminada hiperestática completamente restringida, hay dos eslabones en medio del marco ya que solo soportan fuerzas axiales. Dicho esto, vamos a hallar el GIE interno para mirar si es posible determinar cada fuerza en los elementos por medio del equilibrio interno.

$$GIE_{interno} = (s + 2j + r) - 3m \rightarrow (2 + 2 \times (0) + 4) - 3 \times 2 = 0$$

Confirmamos que nuestra estructura internamente es determinada por lo que es posible que podamos hallar cada una las fuerzas o incógnitas del ejercicio.

Nota: en las uniones de la ecuación de GIE interno solamente contamos las uniones entre elemento-elemento. NO se tiene en cuenta en elemento-eslabón.

6.3. Evaluación de carga

Como se observa en el enunciado del ejercicio la estructura estará siendo sometida a la siguiente carga:

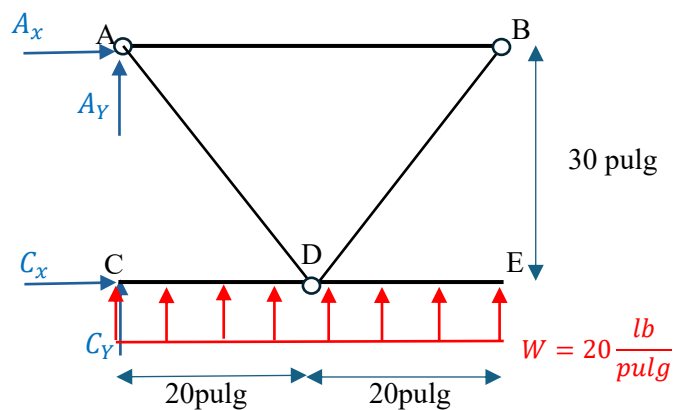
$$W = 20 \frac{lb}{pulg}$$

6.4. Realizando un DCL


Realizando un DCL de la estructura en el plano XY como se muestra en la **Figura 2**. Donde representaremos las cargas, distancias y reacciones de nuestro marco en estudio.

Figura 2

DCL marco ABCD



Nota. Autoría propia.

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

Despiece superior

$$\begin{aligned}\sum M_{z_A} &= 0 \rightarrow F_{DB} \times \sin(\theta) \times 40 \text{ pulg} = 0 \\ \sum F_x &= 0 \rightarrow A_x + F_{DB} \times \cos(\theta) - F_{AD} \times \cos(\theta) = 0 \\ \sum F_y &= 0 \rightarrow A_y + F_{DB} \times \sin(\theta) + F_{AD} \times \sin(\theta) = 0\end{aligned}$$

Resolviendo el sistema 3x3

$$\begin{aligned}F_{DB} &= 0 \text{ lb} \\ F_{AD} &= 961.224 \text{ lb (compresión)} \\ A_y &= -799.69 \text{ lb}\end{aligned}$$

Despiece inferior

$$\sum F_y = 0 \rightarrow C_y + 20 \frac{\text{lb}}{\text{pulg}} \times 40 \text{ pulg} - F_{DB} \times \sin(\theta) - F_{AD} \times \sin(\theta) = 0$$

Resolviendo el sistema 3x3

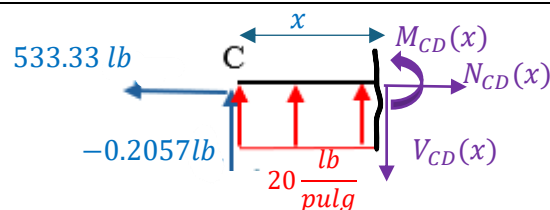
$$C_y = -0.3057 \text{ lb} \downarrow$$

Para realizar los DFC, DFA y DMF. Vamos a hallar las ecuaciones de fuerza cortante, axial y momentos internos por medio del método de cortes e integrales.

CORTE CD $0 \leq x \leq 20 \text{ pulg}$


Figura 4

Corte CD



Nota. Fuente: Propia

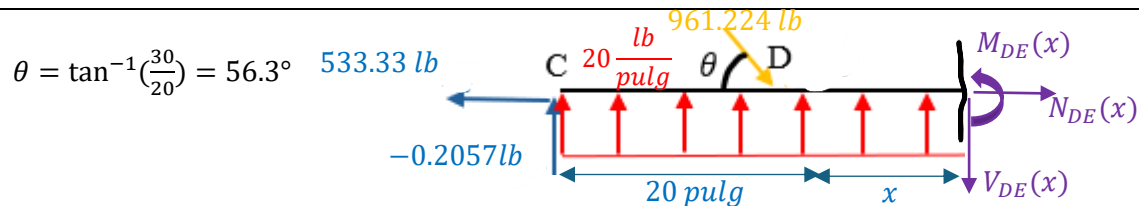
$$\begin{aligned}\sum F_{axiales} &= 0 \rightarrow N_{CD}(x) - 533.33 \text{ lb} = 0 \\ N_{CD}(x) &= 533.33 \text{ lb} \\ \sum F_{cortantes} &= 0 \rightarrow -V_{CD}(x) + 20 \frac{\text{lb}}{\text{pulg}} \times x + (-0.2057 \text{ lb}) = 0 \\ V_{CD}(x) &= 20x - 0.2057 \\ \sum M_{flector} &= 0 \rightarrow M_{CD}(x) - 20 \frac{\text{lb}}{\text{pulg}} \times \frac{x^2}{2} - (-0.2057 \text{ lb}) \times x = 0 \\ M_{CD}(x) &= 20 \frac{x^2}{2} - 0.2057x\end{aligned}$$

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

CORTE DE $0 \leq x \leq 20 \text{ pulg}$

Figura 5

Corte DE



Nota. Fuente: Propia. NO se dibujó la fuerza BD debido que vale cero

$$\sum F_{axiales} = 0 \rightarrow N_{DE}(x) - 533.33 \text{ lb} + 961.224 \times \cos(\theta) = 0$$

$$N_{DE}(x) = 0$$

$$\sum F_{cortantes} = 0 \rightarrow -V_{DE}(x) + 20 \frac{\text{lb}}{\text{pulg}} \times (x + 20) + (-0.2057 \text{ lb}) - 961.224 \text{ lb} \times \sin(\theta) = 0$$

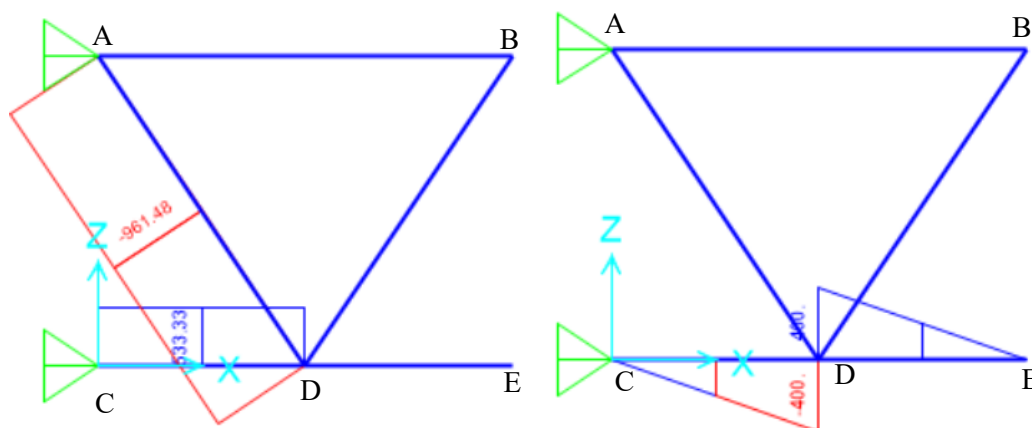
$$V_{DE}(x) = 20 \frac{\text{lb}}{\text{pulg}} \times (x + 20) - 800$$

$$\sum M_{flector} = 0 \rightarrow M_{DE}(x) - 20 \frac{\text{lb}}{\text{pulg}} \times \frac{(x + 20)^2}{2} - (-0.2057 \text{ lb}) \times (x + 20) + 961.224 \text{ lb} \times \sin(\theta) \times x = 0$$


$$M_{DE}(x) = 20 \frac{\text{lb}}{\text{pulg}} \times \frac{(x + 20)^2}{2} - 800x$$

Figura 6

DFA[KN] y DFC[KN]



Nota. DFA y DFC elaborado por el software SAP2000. Las convenciones en DFC son contrarias.

 ESCUELA DE INGENIERIA Civil MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

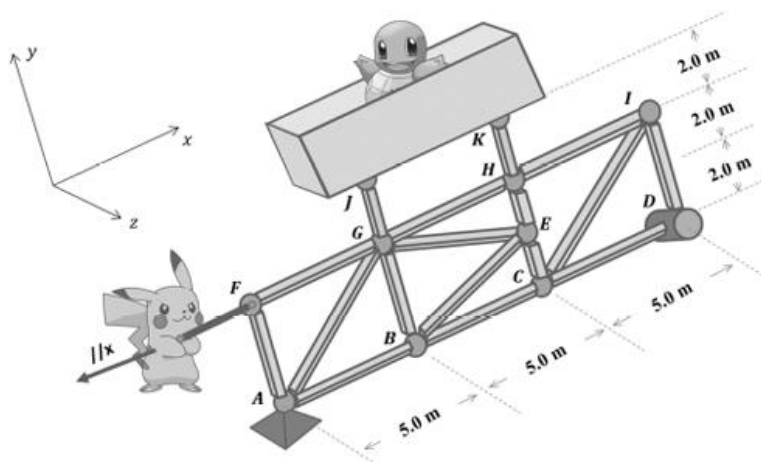
EJERCICIO 7

La armadura bidimensional resiste SIMETRICAMENTE la carga de un tanque de agua y de un Squirtle, de 2 kN de peso, que se trepó al tanque y vive dentro de él. De igual forma resiste la fuerza de tensión constante de un Pikachu que aplica 3 kN de carga en el Nodo F. Si considera que el tanque tiene una cantidad inalterable de 1.5 m^3 de agua, y que se mantiene la simetría de carga del mismo tanque, aunque pikachú está esforzando la estructura, determine:

- El DFA de los elementos BC, BE, EG y GH. Recuerde considerar que todo el sistema se encuentra en equilibrio y que primero debe determinar la fuerza en los eslabones independientes GJ y HK según lo enunciado anteriormente.

Figura 1

Armaduras de análisis



Nota. BENJUMEA, José. BUELVAS, Homer. ESTÁTICA: PROBLEMAS PARA PARCIALES 2013-2016


Solución 7

Interpretando el ejercicio vemos que la estructura está conformada por una armadura que está siendo sometida por dos fuerzas externas puntuales en dirección x y y y respectivamente en los nodos F y tanque de agua. Teniendo en cuenta esto, nos damos cuenta de que podremos resolver el ejercicio por medio de las ecuaciones de resolución de armaduras.

Por otro lado, podemos observar en la **Figura 1** que el ejercicio se puede resolver en 2D en el plano XY debido a que está contenida la armadura y las cargas en el plano XY.

7.1. Identificación de apoyos

En la **Figura 1** se puede identificar que en la estructura se encuentran dos apoyos que podemos identificar fácilmente. Los cuales son: un patín (de una reacción) en el nodo D, además de una rótula (de dos reacciones) en el punto A. Cómo ya se dijo anteriormente el ejercicio se puede resolver en 2D por lo que el GIE externo e interno de la estructura de la estructura se presenta a continuación.

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

7.2 GIE externo e interno

$$GIE_{\text{externo}} = \text{incógnitas} - \text{ecuaciones} \rightarrow 3 - 3 = 0$$

Cómo nos podemos dar cuenta externamente estamos frente a una estructura determinada isostática completamente restringida, posiblemente podremos hallar los valores de las reacciones con las ecuaciones de equilibrio externo. Sin embargo, vamos a hallar el GIE interno para mirar si la armadura es isostática internamente teniendo en cuenta que los eslabones JG y KH no corresponden a la armadura.

$$GIE_{\text{interno}} = (m + r) - 2n \rightarrow (15 + 3) - 2 \times 9 = 0$$

Confirmamos que nuestra estructura internamente es determinada por lo que es posible que podamos hallar cada una las fuerzas o incógnitas del ejercicio.

7.3. Evaluación de carga

Como se observa en el enunciado del ejercicio la estructura estará siendo sometida a las siguientes cargas:

$$\text{Squirtle} = 2 \text{ KN} \quad W_w = 1.5 \text{ m}^3 \times 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 15000 \text{ N} = 15 \text{ KN}$$

En lo anterior debemos tener en cuenta que la densidad del agua es igual a $\rho_w = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ con la gravedad igual a $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

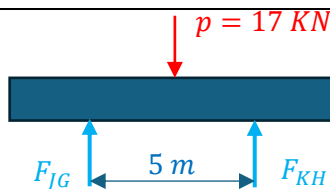
$$p = \text{squirtle} + W_w = 17 \text{ KN}$$

7.4. Transferencia de carga a nodos

Para transmitir la carga del agua y el squirtle a los eslabones JG y KH debemos tener en cuenta que estás dos puntuales de carga se encuentran justo en la mitad de dicho tanque por lo que se puede intuir que cada uno de los eslabones al tener la misma distancia aferente entre la carga, van a soportar la misma cantidad de carga cómo se muestra a continuación:

Figura 2


Transferencia de cargas



Nota. Fuente: Autoría propia.

$$F_{JG} = \frac{17 \text{ KN}}{2} = 8.5 \text{ KN}$$

$$F_{JG} = F_{KH}$$

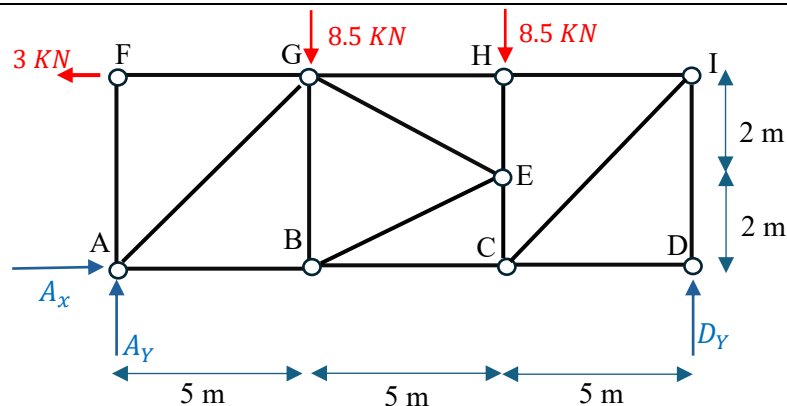
 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

7.5. Realizando un DCL

Realizando un DCL de la estructura en el plano XY como se muestra en la **Figura 3**. Donde representaremos las cargas, distancias y reacciones de nuestra armadura en estudio.

Figura 3

DCL Armadura



Nota. Autoría propia.

7.6. Realizando equilibrio externo en la armadura

$$\sum M_{z_A} = 0 \rightarrow D_y \times 15 \text{ m} + 3 \text{ kN} \times 4 \text{ m} - 8.5 \text{ kN} \times 5 \text{ m} - 8.5 \text{ kN} \times 10 \text{ m} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y + D_y - 8.5 \text{ kN} \times 2 = 0$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x - 3 \text{ kN} = 0$$

Resolviendo el sistema 3x3 queda de la siguiente manera:


$$D_y = 7.7 \text{ kN} \uparrow \quad A_x = 3 \text{ kN} \rightarrow \quad A_y = 9.3 \text{ kN} \uparrow$$

7.7. Realizando equilibrio interno por método cortes y nodos

Cómo la armadura a analizar es hiperestática externamente debemos realizar directamente un análisis interno de las fuerzas de cada elemento de la armadura, teniendo en cuenta que despreciamos peso propio y que para poder hallarlas disponemos de dos métodos donde lo ideal es poder combinar ambos métodos. Además de esto, debemos hacer un análisis previo de los elementos y tratar de determinar fácilmente los elementos que serán fuerza cero ya que son casos especiales que se pueden percibir a simple vista.

Elemento Fuerza Cero y Casos Especiales

Cómo se puede observar en la **Figura 3** vemos que el elemento FA es un elemento de fuerza cero ya que en el nodo F vemos que recibe una carga puntual horizontal a dos elementos ortogonales entre sí por lo que se puede deducir fácilmente que el elemento paralelo (barra FG) a la carga será el que resista toda esa carga y

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

por ende el elemento FA sea fuerza cero. Lo mismo sucede con el elemento CD en el nodo D. Quedando finalmente de la siguiente manera:

$$F_{FA} = 0 \quad F_{GA} = 3 \text{ KN (Tensión)}$$

$$F_{CD} = 0 \quad F_{DI} = D_y = 9.3 \text{ KN (compresión)}$$

Además de lo anterior, si nos fijamos en el nodo H respectivamente vemos que se cumple el caso donde hay 4 fuerzas en juego que 2 son paralelas y ortogonales entre sí por lo que podemos deducir fácilmente que:

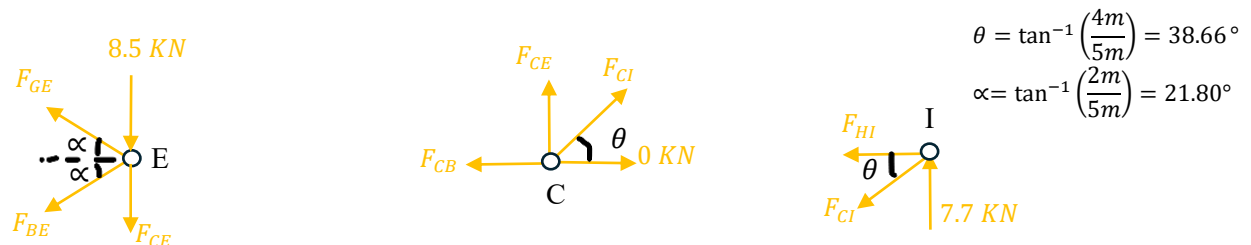
$$F_{HE} = 8.5 \text{ KN (Compresión)} \quad F_{GH} = F_{HI}$$

Hallamos fuerzas internas

Para hallar las fuerzas internas sabemos que existen dos métodos muy comunes los cuales son nodos y secciones. Es por esto por lo que usaremos el método de nodos para hallar las fuerzas que nos pide el ejercicio.

Figura 4

Nodo I, J, F, C



Nota. Autoría propia.

Nodo I

$$F_y = 0 \rightarrow 7.7 \text{ KN} - F_{CI} \times \sin(\theta) = 0$$

$$F_x = 0 \rightarrow -F_{CI} \times \cos(\theta) - F_{HI} = 0$$

$$F_{CI} = 12.32 \text{ KN (Tensión)} \quad F_{HI} = -9.62 \text{ KN (Compresión)}$$

Nodo C

$$F_y = 0 \rightarrow F_{CE} + F_{CI} \times \sin(\theta) = 0$$

$$F_x = 0 \rightarrow F_{CI} \times \cos(\theta) - F_{CB} = 0$$


$$F_{CE} = -7.7 \text{ KN (Compresión)} \quad F_{CB} = 9.62 \text{ KN (Tensión)}$$

Nodo E

$$F_y = 0 \rightarrow -8.5 - F_{BE} \times \sin(\alpha) - F_{CE} + F_{GE} \times \sin(\alpha) = 0$$

$$F_x = 0 \rightarrow -F_{BE} \times \cos(\alpha) - F_{GE} \times \cos(\alpha) = 0$$

$$F_{BE} = -1.1 \text{ KN (Compresión)} \quad F_{GE} = 1.1 \text{ KN (Tensión)}$$

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

Con ya todas las fuerzas internas de los elementos pedidas en el enunciado. Se procede a realizar el diagrama de fuerza axial por medio del software Ftool, lo cual nos sirve para darnos cuenta si lo hecho anteriormente está correcto o no. Además, podemos corroborar que nuestra estructura es determinada y totalmente restringida por lo que es estable. A continuación, presentamos el resumen de las fuerzas externas e internas determinado en todo el inciso 7.7 y el DFA en la **Figura 5**.

Reacciones

$$D_y = 7.7 \text{ KN} \uparrow \quad A_x = 3 \text{ KN} \rightarrow \quad A_y = 9.3 \text{ KN} \uparrow$$

Fuerzas internas

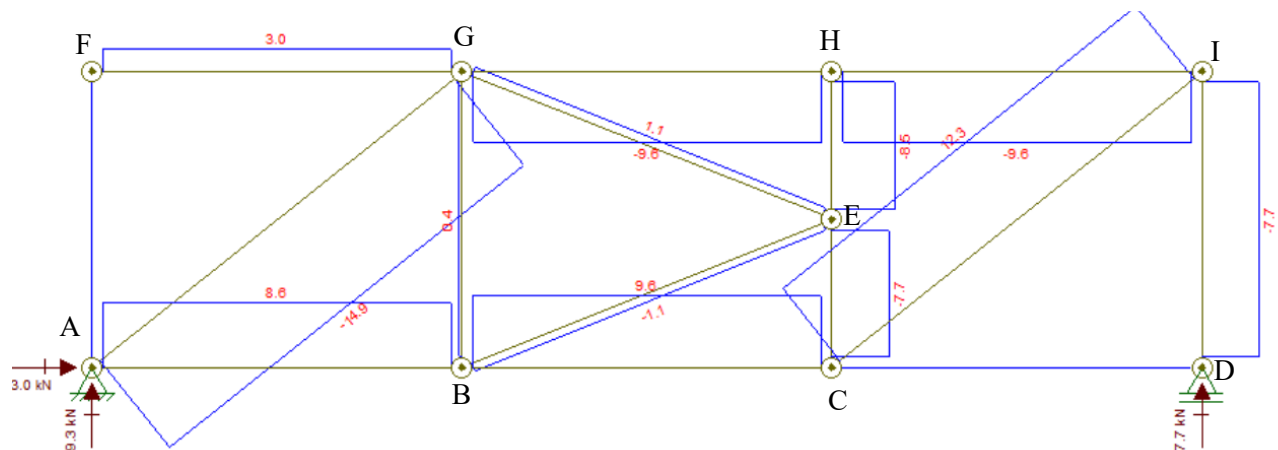
$$F_{FA} = 0 \text{ KN} \quad F_{FG} = 3 \text{ KN (T)} \quad F_{GH} = 9.6 \text{ KN (C)} \quad F_{HI} = 9.6 \text{ KN (C)}$$

$$F_{BE} = 1.1 \text{ KN (C)} \quad F_{HE} = 8.5 \text{ KN (C)} \quad F_{EC} = 7.7 \text{ KN (C)} \quad F_{BC} = 9.6 \text{ KN (T)}$$


$$F_{CD} = 0 \text{ KN} \quad F_{DI} = 7.7 \text{ KN (C)} \quad F_{CI} = 12.3 \text{ KN (T)} \quad F_{HI} = 9.6 \text{ KN (C)}$$

Figura 5

DFA [KN]



Nota. DFA elaborado por el software Ftool.

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

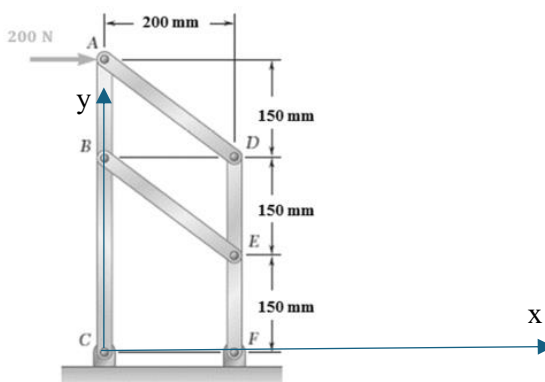
EJERCICIO 8

Solucione el siguiente marco de elementos en sección transversal de 20x20mm. (Ignore el peso propio de las barras AD y BE), determinando:

- Las reacciones en los apoyos C y F.
- Diagramas de Fuerza Axial de las barras ABC, AD, BE y DEF.

Figura 1

Marco ABCDEF



Nota. BENJUMEA, José. BUELVAS, Homer. ESTÁTICA: PROBLEMAS PARA PARCIALES 2013-2016

Nota: Considere densidad del material como $12 \frac{kN}{m^3}$ solo para el peso propio del elemento ABC y DEF.

Solución 8

Interpretando el ejercicio vemos que la estructura conformada por un marco que está siendo sometido por una fuerza externa puntual de (200 N) en dirección “x” y el peso propio de los elementos ABC y DEF. Teniendo en cuenta esto, nos damos cuenta de que podremos resolver el ejercicio por medio de las ecuaciones de resolución de marcos y despieces.


Por otro lado, podemos observar en la **Figura 1** que el ejercicio se puede resolver en 2D en el plano XY debido a que está contenida el marco y las cargas en el plano XY.

8.1. Identificación de apoyos

En la **Figura 1** se puede identificar que en la estructura se encuentran dos apoyos que podemos identificar fácilmente en los puntos C y F. Donde hay dos articulaciones (de dos reacciones) en el punto C y F. Cómo ya se dijo anteriormente el ejercicio se puede resolver en 2D por lo que el GIE externo e interno de la estructura de la estructura se presenta a continuación:

8.2 GIE externo e interno

$$GIE_{externo} = incognitas - ecuaciones \rightarrow 4 - 3 = 1$$

 ESCUELA DE INGENIERIA Civil MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

Cómo nos podemos dar cuenta externamente estamos frente a una estructura indeterminada hiperestática completamente restringida, hay dos eslabones en el marco ya que no reciben directamente ninguna carga (en su longitud) y perfectamente trabaja como elemento de dos fuerzas. Dicho esto, vamos a hallar el GIE interno para mirar si es posible determinar cada fuerza en los elementos por medio del equilibrio interno.

$$GIE_{interno} = (s + 2j + r) - 3m \rightarrow (2 + 2 \times (0) + 4) - 3 \times 2 = 0$$

Confirmamos que nuestra estructura internamente es determinada por lo que es posible que podamos hallar cada una las fuerzas o incógnitas del ejercicio.

Nota: en las uniones de la ecuación de GIE interno solamente contamos las uniones entre elemento-elemento. NO se tiene en cuenta en elemento-eslabón.

8.3. Peso propio de los elementos

Como se observa en el enunciado del ejercicio la estructura estará siendo sometida a su propio peso:

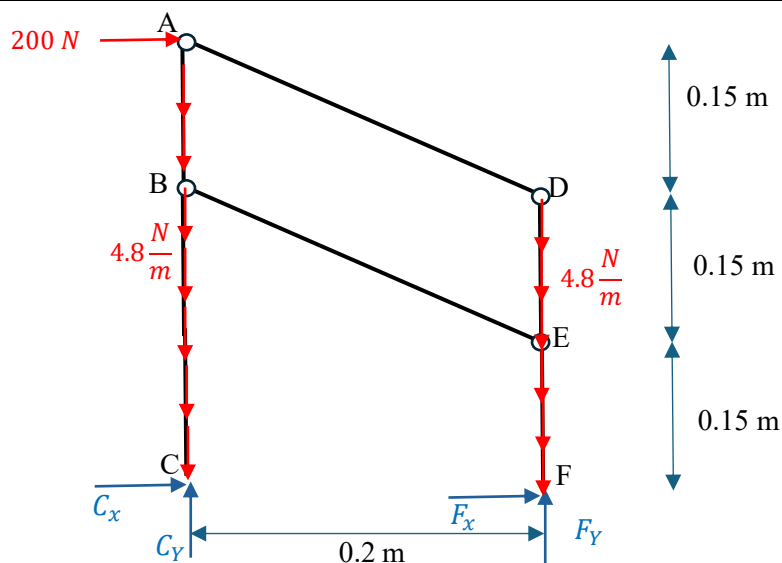
$$S_w = 0.02m \times 0.02m \times 12 \frac{KN}{m^3} \times \left(\frac{1000 N}{1 KN} \right) = 4.8 \frac{N}{m}$$

8.4. Realizando un DCL


Realizando un DCL de la estructura en el plano XY como se muestra en la **Figura 2**. Donde representaremos las cargas, distancias y reacciones de nuestro marco en estudio.

Figura 2

DCL marco ABCDEF



Nota. Autoría propia.

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

8.5 Realizamos equilibrio externo del marco

Cómo se puede observar en la **Figura 3** vamos a realizar momentos en el punto C ya que es el punto donde se encuentran el mayor número de incógnitas.

$$\begin{aligned}\sum M_{z_C} = 0 &\rightarrow F_y \times 0.2m - 4.8 \frac{N}{m} \times 0.3m \times 0.2m - 200 N \times 0.45m = 0 \\ \sum F_y = 0 &\rightarrow F_y + C_y - 4.8 \frac{N}{m} \times 0.3m - 4.8 \frac{N}{m} \times 0.45m = 0 \\ \sum F_x = 0 &\rightarrow F_x + C_x + 200 N = 0\end{aligned}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones queda de la siguiente manera:

$$F_y = 451.44 N \quad \uparrow \quad C_y = -447.84 N \quad \downarrow$$

8.6 Realizando equilibrio interno por despiece

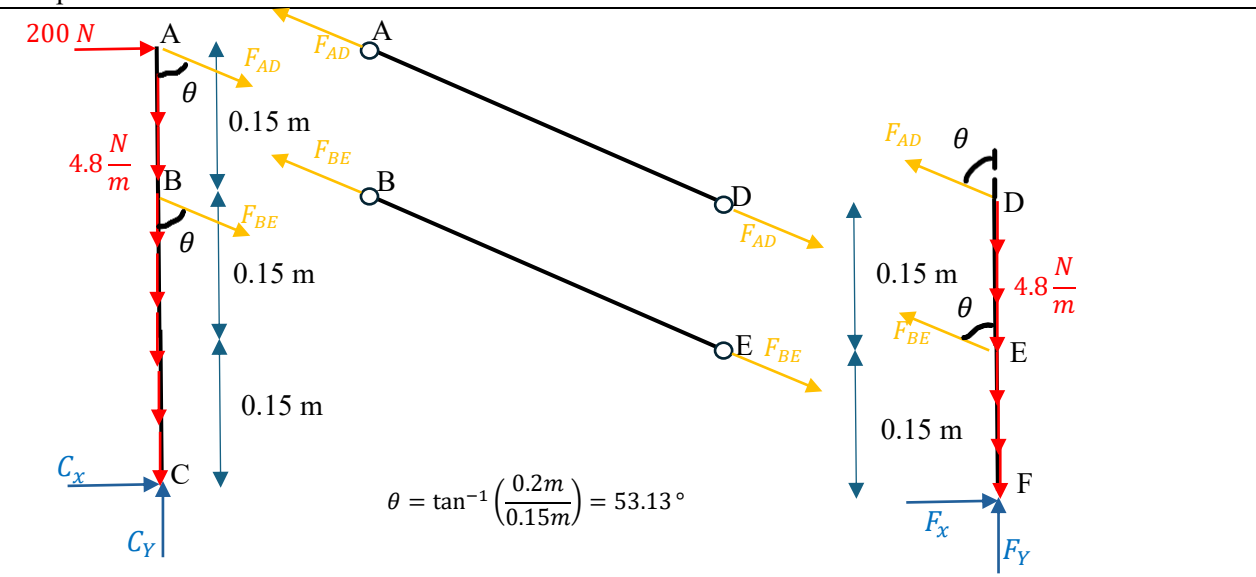
Cómo el marco a analizar es hiperestático externamente debemos realizar un análisis interno de las fuerzas de cada elemento del marco para poder dibujar sus diagramas, teniendo en cuenta que despreciamos peso propio (excepto en ABC y DEF) y que para poder hallarlas disponemos del despiece del marco.

Hallamos fuerzas internas


Para hallar las fuerzas internas sabemos que existe el método de despiece donde podremos realizar equilibrio estático en estos despieces. Es por esto por lo que empezaremos a realizar estos despieces y a resolver primero el despiece isostático que contenga la carga externa aplicada para poder determinar las fuerzas que se transmiten en los elementos.

Figura 3

Despiece marco



Nota. Autoría propia. Algunas de las reacciones ya fueron halladas en el equilibrio externo

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

Despiece de la izquierda

$$\sum M_{z_c} = 0 \rightarrow -200 \text{ N} \times 0.45 \text{ m} - F_{BE} \times \sin(\theta) \times 0.3 \text{ m} - F_{AD} \times \sin(\theta) \times 0.45 \text{ m} = 0$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow C_x + F_{BE} \times \sin(\theta) + F_{AD} \times \sin(\theta) + 200 \text{ N} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -447.84 \text{ N} - F_{BE} \times \cos(\theta) - F_{AD} \times \cos(\theta) - 4.8 \frac{\text{N}}{\text{m}} \times 0.45 \text{ m} = 0$$

Resolviendo el sistema 3x3

$$F_{BE} = -1500 \text{ N (compresión)}$$

$$C_x = 400 \text{ N} \rightarrow$$

$$F_{AD} = 750 \text{ N (Tensión)}$$

De equilibrio externo:

$$F_x = -600 \text{ N} \leftarrow$$

Para realizar los DFC, DFA y DMF. Vamos a hallar las ecuaciones de fuerza axial internos por medio del método de integrales usando la siguiente ecuación teniendo en cuenta las convenciones definidas en la **Figura 1**:

$$N(x) = - \int N(x) dx - N_{apl} + N_{ant}$$

Donde:

- N_{ant} y N_{ant} son la fuerza Axial y Fuerza Axial interna del tramo anterior respectivamente.

TRAMO CB $0 \leq x \leq 0.3 \text{ m}$

$$N_{CB}(x) = - \int -4.8 \text{ dx} - (-447.84)$$

$$N_{CB}(x) = 4.8 x + 447.84$$


$$N_{CB}(0) = 447.84 \text{ N} \quad N_{CB}(0.3) = 449.28 \text{ N}$$

TRAMO BA $0 \leq x \leq 0.15 \text{ m}$

$$N_{BA}(x) = - \int -4.8 \text{ dx} - [-(-1500 \text{ N}) \times \cos(\theta)] + 449.28$$

$$V_{BA}(x) = 4.8 x - 450.72$$

$$V_{BA}(0) = -453.6 \text{ N} \quad V_{BA}(0.15) = -450 \text{ N}$$

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

TRAMO FE $0 \leq x \leq 0.15 \text{ m}$

$$N_{FE}(x) = - \int -4.8 \, dx - (451.44)$$

$$N_{FE}(x) = 4.8 \, x - 451.44$$

$$N_{FE}(0) = -451.44 \text{ N} \quad N_{FE}(0.15) = -450.72 \text{ N}$$

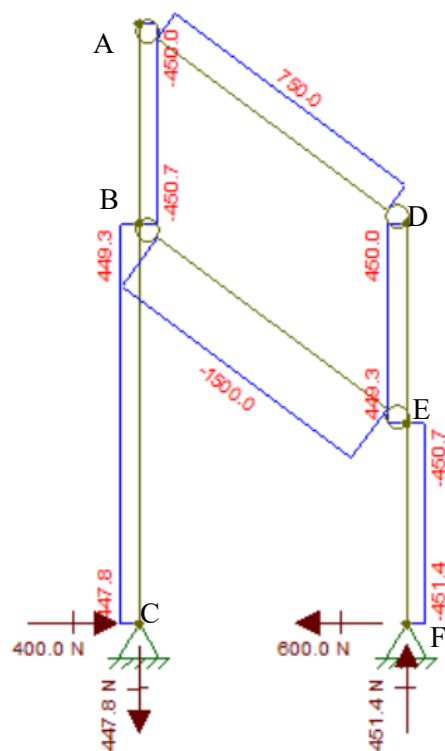
TRAMO ED $0 \leq x \leq 0.15 \text{ m}$

$$N_{ED}(x) = - \int -4.8 \, dx - [-1500 \text{ KN} \times \cos(\theta)] + (-450.72)$$


$$V_{ED}(x) = 4.8 \, x + 449.29$$

$$V_{ED}(0) = 449.29 \text{ N} \quad V_{ED}(0.15) = -450 \text{ N}$$

Figura 4
DFA [KN]



Nota. DFA elaborado por el software Ftool.

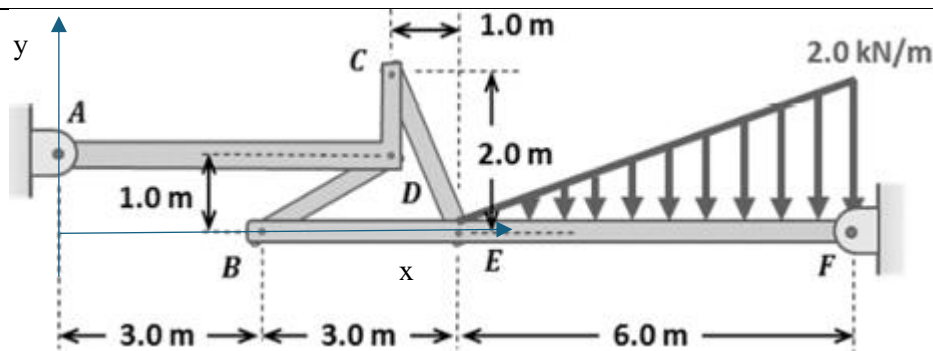
 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

EJERCICIO 9

El marco de cuatro elementos mostrados se encuentra soportado por articulaciones en A y F. Si este se encuentra en equilibrio (ignore el peso propio), determine:

- las reacciones del marco y los DFA-DFC-DMF de la barra BEF.

Figura 1
Marco ABCD



Nota. BENJUMEA, José. BUELVAS, Homer. ESTÁTICA: PROBLEMAS PARA PARCIALES 2013-2016

Solución 9

Interpretando el ejercicio vemos que la estructura conformada por un marco que está siendo sometido por una fuerza externa linealmente distribuida ($2 \frac{KN}{m}$) en dirección “y”. Teniendo en cuenta esto, nos damos cuenta de que podremos resolver el ejercicio por medio de las ecuaciones de resolución de marcos y despieces.

Por otro lado, podemos observar en la **Figura 1** que el ejercicio se puede resolver en 2D en el plano XY debido a que está contenida el marco y las cargas en el plano XY.


9.1. Identificación de apoyos

En la **Figura 1** se puede identificar que en la estructura se encuentran dos apoyos que podemos identificar fácilmente en los puntos A y F. Donde hay dos articulaciones (de dos reacciones) en el punto A y F. Cómo ya se dijo anteriormente el ejercicio se puede resolver en 2D por lo que el GIE externo e interno de la estructura de la estructura se presenta a continuación:

9.2 GIE externo e interno

$$GIE_{externo} = incognitas - ecuaciones \rightarrow 4 - 3 = 1$$

Cómo nos podemos dar cuenta externamente estamos frente a una estructura indeterminada hiperestática completamente restringida, hay dos eslabones en el marco ya que no reciben directamente ninguna carga (en su longitud) y perfectamente trabaja como elemento de dos fuerzas. Dicho esto, vamos a hallar el GIE interno para mirar si es posible determinar cada fuerza en los elementos por medio del equilibrio interno.

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

$$GIE_{interno} = (s + 2j + r) - 3m \rightarrow (2 + 2 \times (0) + 4) - 3 \times 2 = 0$$

Confirmamos que nuestra estructura internamente es determinada por lo que es posible que podamos hallar cada una las fuerzas o incógnitas del ejercicio.

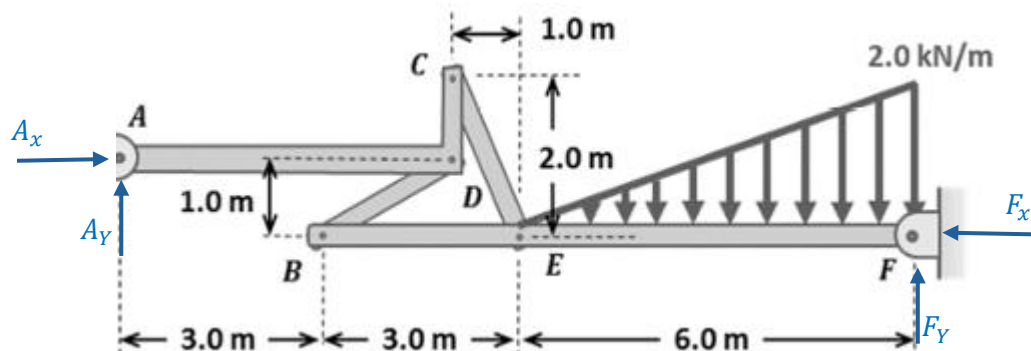
Nota: en las uniones de la ecuación de GIE interno solamente contamos las uniones entre elemento-elemento. NO se tiene en cuenta en elemento-eslabón.

9.3. Realizando un DCL

Realizando un DCL de la estructura en el plano XY como se muestra en la **Figura 3**. Donde representaremos las cargas, distancias y reacciones de nuestro marco en estudio.

Figura 2

DCL marco ABCDEF




Nota. Autoría propia.

Viendo el DCL presentado anteriormente, podemos darnos cuenta de que por cuestiones de geometría no se podrá hallar ninguna de las reacciones ya que en cualquier aplicación de equilibrio externos nos encontraríamos con 2 incógnitas para una ecuación. Es por esto que iremos directo a realizar equilibrio interno con despieces y plantear un sistema de ecuaciones de 6x6.

9.4 Realizando equilibrio interno por despiece

Cómo el marco a analizar es hiperestático externamente debemos realizar un análisis interno de las fuerzas de cada elemento del marco para poder dibujar sus diagramas, teniendo en cuenta que despreciamos peso propio y que para poder hallarlas disponemos del despiece del marco.

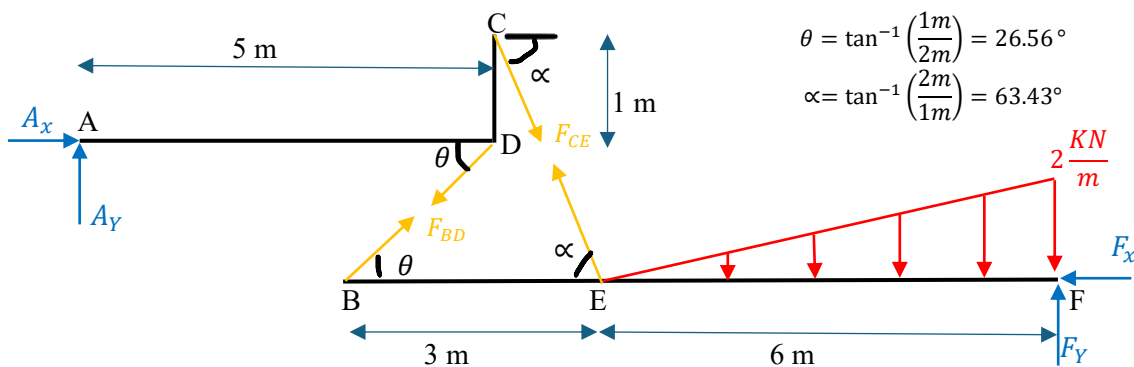
 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

Hallamos fuerzas internas

Para hallar las fuerzas internas sabemos que existe el método de despiece donde podremos realizar equilibrio estático en estos despieces. Es por esto por lo que empezaremos a realizar estos despieces y a resolver primero el despiece isostático que contenga la carga externa aplicada para poder determinar las fuerzas que se transmiten en los elementos.

Figura 3

Despiece ABCDEF



Nota. Autoría propia. Solo se hizo los dos despieces a usar, los eslabones serán elementos de 2 fuerzas.

Despiece superior

$$\sum M_{ZA} = 0 \rightarrow -F_{BD} \times \sin(\theta) \times 5m - F_{CE} \times \sin(\alpha) \times 5m - F_{CE} \times \cos(\alpha) \times 1m = 0$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x - F_{BD} \times \cos(\theta) + F_{CE} \times \cos(\alpha) = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y - F_{BD} \times \sin(\theta) - F_{CE} \times \sin(\alpha) = 0$$

Despiece inferior


$$\sum M_{ZF} = 0 \rightarrow \frac{2 \frac{KN}{m} \times 6m}{2} \times \frac{6m}{3} - F_{BD} \times \sin(\theta) \times 9m - F_{CE} \times \sin(\alpha) \times 6m = 0$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow -F_x + F_{BD} \times \cos(\theta) - F_{CE} \times \cos(\alpha) = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -\frac{2 \frac{KN}{m} \times 6m}{2} + F_{BD} \times \sin(\theta) + F_{CE} \times \sin(\alpha) + F_y = 0$$

Resolviendo el sistema 6x6 ya que todo el marco deberá estar en equilibrio queda:

$$\begin{aligned} A_x &= 8.31 \text{ KN} & F_x &= -8.31 \text{ KN} \\ A_y &= 0.31 \text{ KN} & F_y &= 5.69 \text{ KN} \\ F_{BD} &= 7.57 \text{ KN} & F_{CE} &= -3.44 \text{ KN} \end{aligned}$$

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

Para realizar los DFC, DFA y DMF. Vamos a hallar las ecuaciones de fuerza cortante, axial y momentos internos por medio del método de integrales usando la siguiente ecuación teniendo en cuenta las convenciones definidas en la **Figura 1**:

$$N(x) = - \int N(x) dx - N_{apl} + N_{ant}$$

$$V(x) = - \int w(x) dx + V_{apl} + V_{ant}$$

$$M(x) = \int V(x) dx - M_{apl} + M_{ant}$$

TRAMO BE $0 \leq x \leq 3 \text{ m}$

$$N_{BE}(x) = -(7.57 \times \cos(\theta))$$

$$N_{BE}(x) = -6.77$$

$$N_{BE}(0) = -6.77 \text{ KN} \quad N_{BE}(3) = -6.77 \text{ KN}$$

$$V_{BE}(x) = (7.57 \times \sin(\theta))$$

$$V_{BE}(x) = 3.38$$

$$V_{BE}(0) = 3.38 \text{ KN} \quad V_{BE}(3) = 3.38 \text{ N}$$

$$M_{BE}(x) = \int 3.38 \, dx$$

$$M_{BE}(x) = 3.38 x$$

$$M_{BE}(0) = 0 \text{ KN} - m \quad M_{BE}(3) = 10.14 \text{ KN} - m$$

TRAMO EF $0 \leq x \leq 6 \text{ m}$

$$N_{EF}(x) = -(-(-3.44 \times \cos(\alpha))) + (-6.77)$$

$$N_{EF}(x) = -8.31$$

$$N_{EF}(0) = -8.31 \text{ KN} \quad N_{EF}(6) = -8.31 \text{ KN}$$

Nota: El primer menos es de la ecuación el segundo es de la dirección en que se dibujó y el último es el resultado hallado en la resolución del 6x6.

$$V_{EF}(x) = - \int \frac{2}{6} x + 0 \, dx + [-3.44 \times \sin(\alpha)] + (3.38)$$

$$V_{EF}(x) = -\frac{x^2}{6} + 0.3$$

$$V_{EF}(0) = 0.3 \text{ KN} \quad V_{EF}(6) = -5.7 \text{ KN}$$

$$M_{EF}(x) = \int -\frac{x^2}{6} + 0.3 \, dx + (10.14)$$

$$M_{EF}(x) = -\frac{x^3}{18} + 0.3 x + 10.14$$

$$M_{EF}(0) = 10.14 \text{ KN} - m \quad M_{EF}(6) = 0 \text{ KN} - m$$


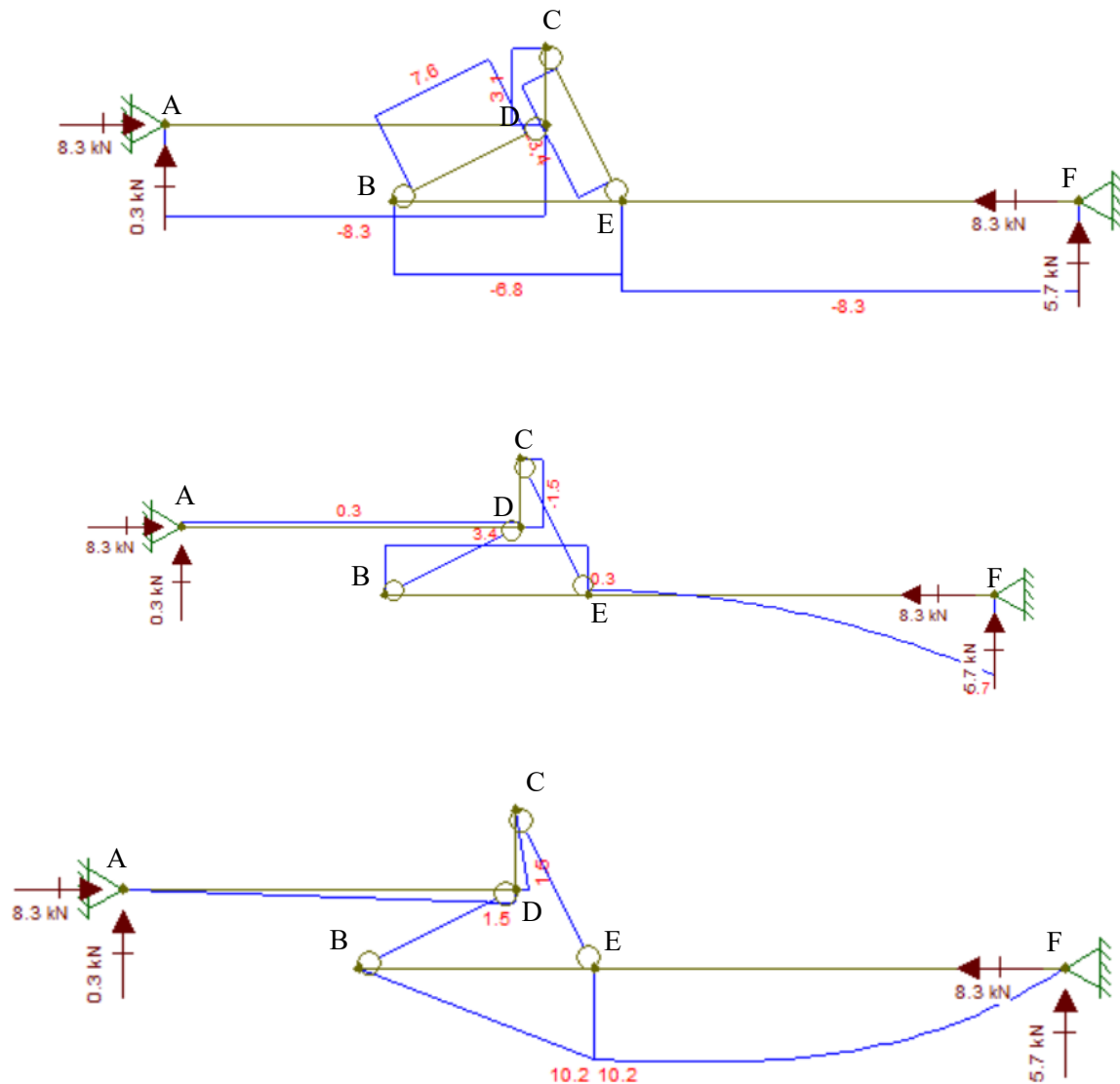

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

Figura 4

DFA [KN], DFC[KN] y DMF[KN-m]



Nota. DFA elaborado por el software Ftool.

 ESCUELA DE INGENIERIA Civil MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

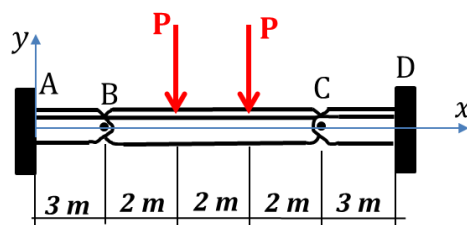
EJERCICIO 10

La viga mostrada en la **Figura 1** está perfectamente empotrada en sus extremos. Donde en los nodos B y C se encuentran conexiones articuladas que a su vez soportan 2 cargas puntuales externas $P = 5 \text{ KN}$. Con la información anterior y la de la **Figura 1**, determine:

- Las reacciones de la viga.
- DFC y DMF de la viga.

Figura 1

Marco ABCD



- Las conexiones en B y C no transmiten momentos flectores
- A y D son empotramientos perfectos

Nota. BENJUMEA, José. BUELVAS, Homer. ESTÁTICA: PROBLEMAS PARA PARCIALES 2013-2016

Solución 10

Interpretando el ejercicio vemos que la estructura conformada por una viga que está siendo sometida por dos fuerzas externas puntuales en dirección “y”. A pesar de que es una viga, al tener 2 conexiones articuladas en B y C, se podrá realizar despieces en la viga (gracias a la conexión articulada). Teniendo en cuenta esto, nos damos cuenta de que podremos resolver el ejercicio por medio de las ecuaciones de resolución de marcos y despieces.

Por otro lado, podemos observar en la **Figura 1** que el ejercicio se puede resolver en 2D en el plano XY debido a que está contenida el marco y las cargas en el plano XY.


10.1. Identificación de apoyos

En la **Figura 1** se puede identificar que en la estructura se encuentran dos apoyos que podemos identificar fácilmente en los puntos A y D. Donde hay dos empotramientos (de tres reacciones) en el punto A y D. Cómo ya se dijo anteriormente el ejercicio se puede resolver en 2D por lo que el GIE externo e interno de la estructura de la estructura se presenta a continuación:

10.2 GIE externo e interno

$$GIE_{\text{externo}} = \text{incognitas} - \text{ecuaciones} \rightarrow 6 - 3 = 3$$

Cómo nos podemos dar cuenta externamente estamos frente a una estructura indeterminada hiperestática completamente restringida. Sin embargo, nos damos cuenta de que la viga solo está siendo sometida a cargas en el eje y por lo que en el GIE anteriormente calculado se podría simplificar a **2 ecuaciones y 4 incógnitas**

 ESCUELA DE INGENIERIA Civil MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

ya que no habrá reacciones en el eje x. Dicho esto, vamos a hallar el GIE interno para mirar si es posible determinar cada fuerza en los elementos por medio del equilibrio interno.

$$GIE_{\text{externo}} = \text{incógnitas} - \text{ecuaciones} \rightarrow 4 - 2 = 2$$

$$GIE_{\text{interno}} = \text{incógnitas} - \text{ecuaciones} - \text{rotulas} = 4 - 2 - 2 = 0$$

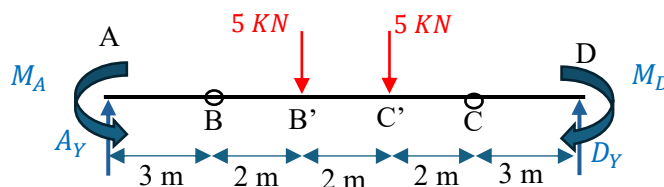
Confirmamos que nuestra estructura internamente es determinada por lo que es posible que podamos hallar cada una las fuerzas o incógnitas del ejercicio.

10.3. Realizando un DCL

Realizando un DCL de la estructura en el plano XY como se muestra en la **Figura 2**. Donde representaremos las cargas, distancias y reacciones de nuestro marco en estudio.

Figura 2

DCL viga ABCD



Nota. Autoría propia.

Viendo el DCL presentado anteriormente, podemos darnos cuenta de que por cuestiones de geometría no se podrá hallar ninguna de las reacciones ya que en cualquier aplicación de equilibrio externos nos encontraríamos con 4 incógnitas para dos ecuaciones. Es por esto por lo que iremos directo a realizar equilibrio interno con despieces y plantear un sistema de ecuaciones que resuelva las ecuaciones.

10.4 Realizando equilibrio interno por despiece

Cómo la viga a analizar es hiperestática externamente debemos realizar un análisis interno de las fuerzas de cada elemento del marco (la viga se puede analizar como marco debido a las articulaciones) para poder dibujar sus diagramas, teniendo en cuenta que despreciamos peso propio y que para poder hallarlas disponemos del despiece del marco.

Hallamos fuerzas internas

Para hallar las fuerzas internas sabemos que existe el método de despiece donde podremos realizar equilibrio estático en estos despieces. Es por esto por lo que empezaremos a realizar estos despieces y a resolver primero el despiece isostático que contenga la carga externa aplicada para poder determinar las fuerzas que se transmiten en los elementos.


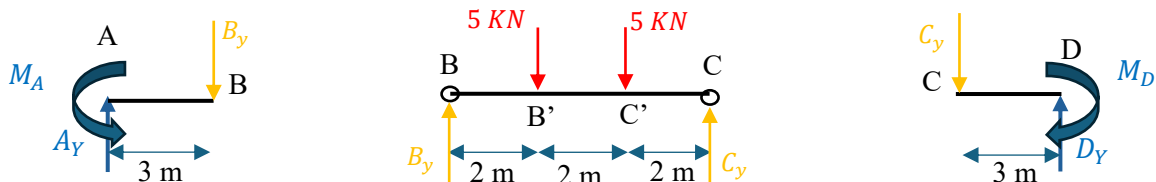
 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

Figura 3

Despiece viga ABCD



Nota. Autoría propia. Solo se hizo los dos despieces a usar, los eslabones serán elementos de 2 fuerzas.

Despiece mitad

$$\sum M_{zB} = 0 \rightarrow -5 \text{ KN} \times 2 \text{ m} - 5 \text{ KN} \times 4 \text{ m} + C_y \times 6 \text{ m} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow B_y - 5 \text{ KN} \times 2 + C_y = 0$$

Despiece izquierdo

$$\sum M_{zA} = 0 \rightarrow -B_y \times 3 \text{ m} + M_A = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y - B_y = 0$$

Resolviendo el sistema 4x4 ya que todo el marco deberá estar en equilibrio y teniendo en cuenta que la viga es simétrica por lo que las reacciones en A son iguales a las de D.


$$\begin{aligned} A_y &= 5 \text{ KN} & D_y &= 5 \text{ KN} \\ B_y &= 5 \text{ KN} & C_y &= 5 \text{ KN} \\ M_A &= 15 \text{ KN} - m & M_D &= 15 \text{ KN} - m \end{aligned}$$

Para realizar los DFC y DMF. Vamos a hallar las ecuaciones de fuerza cortante y momentos internos por medio del método de integrales usando la siguiente ecuación teniendo en cuenta las convenciones definidas en la **Figura 1**. Además, se tomarán solamente los tramos AB' y B'C' debido a que las reacciones en las rotulas (C_y y B_y) son reacciones internas por lo que no se deben tener en cuenta para el análisis siguiente:

$$V(x) = - \int w(x) dx + V_{apl} + V_{ant}$$

$$M(x) = \int V(x) dx - M_{apl} + M_{ant}$$

También debemos tener en cuenta que el tramo AB' será igual al tramo C'D debido a que la viga es simétrica.

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

TRAMO AB' $0 \leq x \leq 5 \text{ m}$

$$\begin{aligned}
 V_{AB'}(x) &= +(5) \\
 V_{AB'}(x) &= 5 \\
 V_{AB'}(0) &= 5 \text{ KN} \quad V_{AB'}(5) = 5 \text{ KN}
 \end{aligned}$$

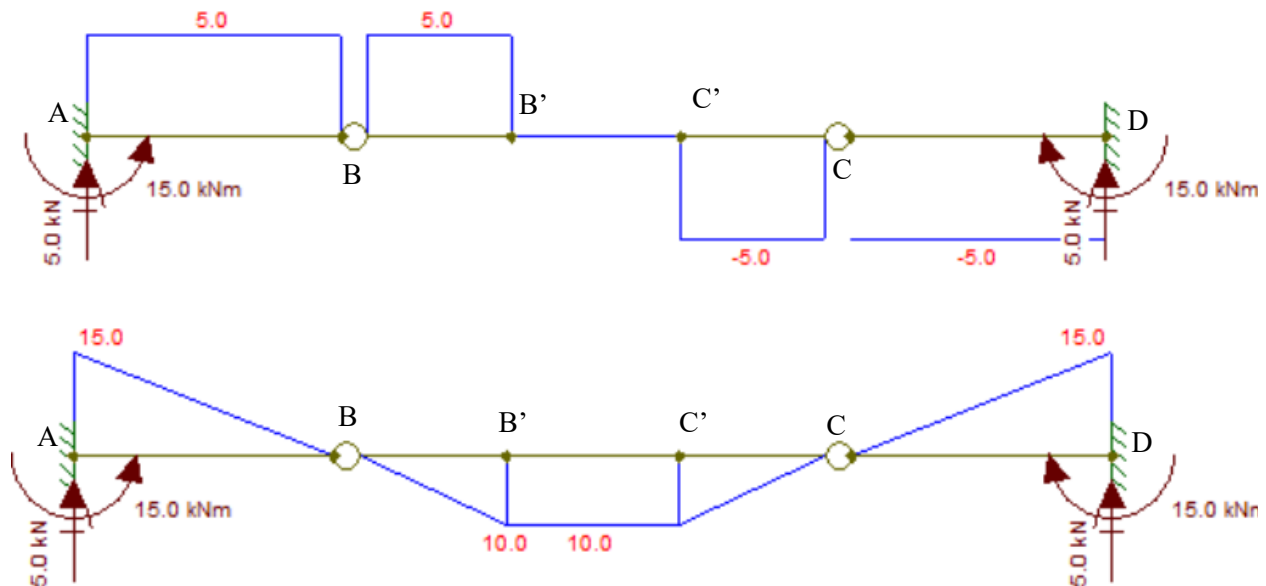
$$\begin{aligned}
 M_{AB'}(x) &= \int 5 \, dx - \left(\frac{5}{3}\right) \\
 M_{AB'}(x) &= 5x - 15 \\
 M_{AB'}(0) &= -15 \text{ KN} - \text{m} \quad M_{AB'}(3) = 10 \text{ KN} - \text{m}
 \end{aligned}$$

TRAMO B'C' $0 \leq x \leq 2 \text{ m}$


$$\begin{aligned}
 V_{B'C'}(x) &= +(-5) + 5 \\
 V_{B'C'}(x) &= 0 \\
 V_{B'C'}(0) &= 0 \text{ KN} \quad V_{B'C'}(2) = 0 \text{ KN} \\
 M_{B'C'}(x) &= +(10) \\
 M_{B'C'}(x) &= 10 \\
 M_{B'C'}(0) &= 10 \text{ KN} - \text{m} \quad M_{B'C'}(2) = 10 \text{ KN} - \text{m}
 \end{aligned}$$

Figura 4

DFC[KN] y DMF[KN-m]



Nota. DFA elaborado por el software Ftool.

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

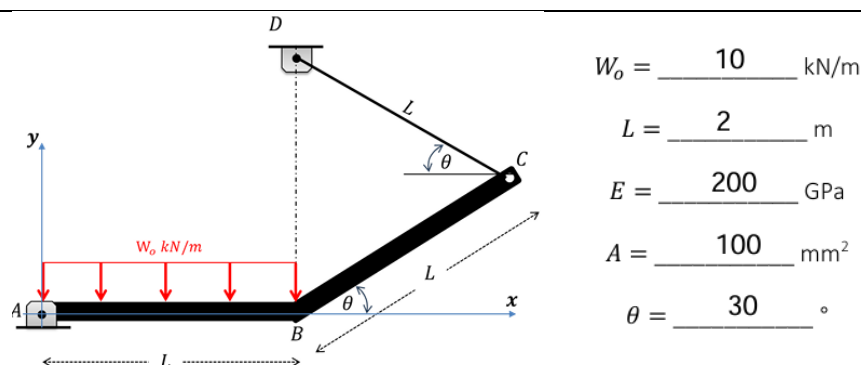
EJERCICIO 11

La viga rígida ABC de longitud total $2L$ se sostiene en A por un apoyo de segundo orden y en C por un cable. El cable tiene longitud indeformada igual a L , módulo de elasticidad E y área de su sección transversal A . Determine:

- El DMF de la viga ABC.
- Las reacciones de la viga.

Figura 1

Marco ABCD



Nota. BENJUMEA, José. BUELVAS, Homer. ESTÁTICA: PROBLEMAS PARA PARCIALES 2013-2016

Solución 11

Interpretando el ejercicio vemos que la estructura conformada por una viga que está siendo sometida por una fuerza externa distribuida en dirección "y". A pesar de que es una viga, al tener 1 conexión articulada en A y un cable en C. Teniendo en cuenta esto, nos damos cuenta de que podremos resolver el ejercicio por medio de las ecuaciones de resolución de marcos y despieces.

Por otro lado, podemos observar en la **Figura 1** que el ejercicio se puede resolver en 2D en el plano XY debido a que está contenida el marco y las cargas en el plano XY.


11.1. Identificación de apoyos

En la **Figura 1** se puede identificar que en la estructura se encuentran dos apoyos que podemos identificar fácilmente en los puntos A y C. Donde hay una articulación (de dos reacciones) en el punto A y un cable (de una reacción) en el punto C. Cómo ya se dijo anteriormente el ejercicio se puede resolver en 2D por lo que el GIE externo e interno de la estructura de la estructura se presenta a continuación:

11.2 GIE externo e interno

$$GIE_{externo} = incognitas - ecuaciones \rightarrow 3 - 3 = 0$$

Cómo nos podemos dar cuenta externamente estamos frente a una estructura determinada isostática completamente restringida. Realizaremos un DCL en la viga ABC, ya que es el elemento rígido y sabiendo que el cable DC es un elemento de dos fuerzas el cual solo trabaja en tensión ya que es un cable. Al ser un cable que está de manera diagonal es probable que la reacción en x de A sea diferente a cero.

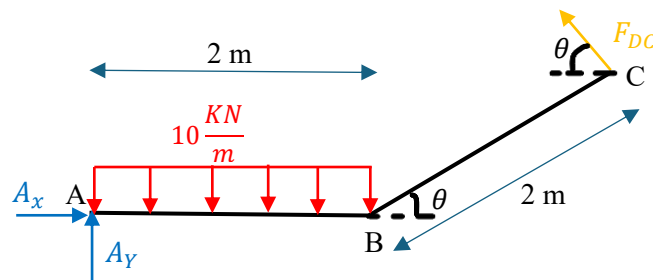
 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

11.3. Realizando un DCL

Realizando un DCL de la estructura en el plano XY como se muestra en la **Figura 2**. Donde representaremos las cargas, distancias y reacciones de nuestro marco en estudio.

Figura 2

DCL viga ABC



Nota. Autoría propia.

11.4 Realizando equilibrio externo

$$\sum M_{zA} = 0 \rightarrow F_{DC} \times \cos(\theta) \times (2 \times \sin(\theta)) + F_{DC} \times \sin(\theta) \times (2 + 2 \times \cos(\theta)) - 10 \frac{KN}{m} \times 2m \times 1m = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y - 10 \frac{KN}{m} \times 2m + F_{DC} \times \sin(\theta) = 0$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x - F_{DC} \times \cos(\theta) = 0$$

$$A_y = 16.32 \text{ KN} \uparrow \quad A_x = 6.34 \text{ KN} \rightarrow \quad F_{DC} = 7.32 \text{ KN}$$

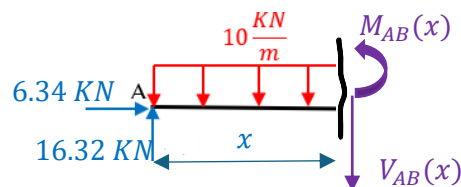
11.5 Hallamos fuerzas internas

Para realizar los DFC y DMF. Vamos a hallar las ecuaciones de fuerza cortante y momentos internos por medio del método de cortes teniendo en cuenta las convenciones definidas en la **Figura 1**.


CORTE AB $0 \leq x \leq 2 \text{ m}$

Figura 3

Corte AB



Nota. Fuente: Propia

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

$$\sum F_{cortantes} = 0 \rightarrow -V_{AB}(x) - 10 \frac{KN}{m} \times x + (16.32) = 0$$

$$V_{AB}(x) = -10x + 16.32$$

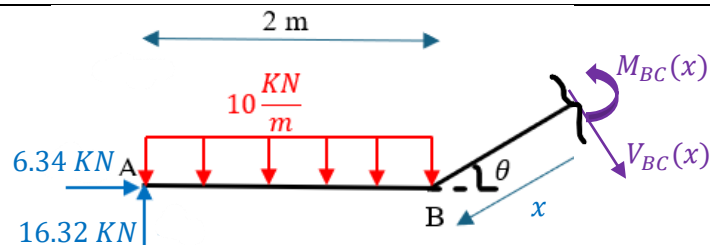
$$\sum M_{flector} = 0 \rightarrow M_{AB}(x) + 10 \frac{KN}{m} \times \frac{x^2}{2} - (16.32) \times x = 0$$

$$M_{AB}(x) = -10 \frac{x^2}{2} + 16.32x$$

CORTE BC $0 \leq x \leq 2m$

Figura 4

Corte BC



Nota. Fuente: Propia

$$\sum F_{cortantes} = 0 \rightarrow -V_{BC}(x) - 10 \frac{KN}{m} \times 2m \times \cos(\theta) + (16.32KN \times \cos(\theta)) - 6.34KN \times \sin(\theta) = 0$$

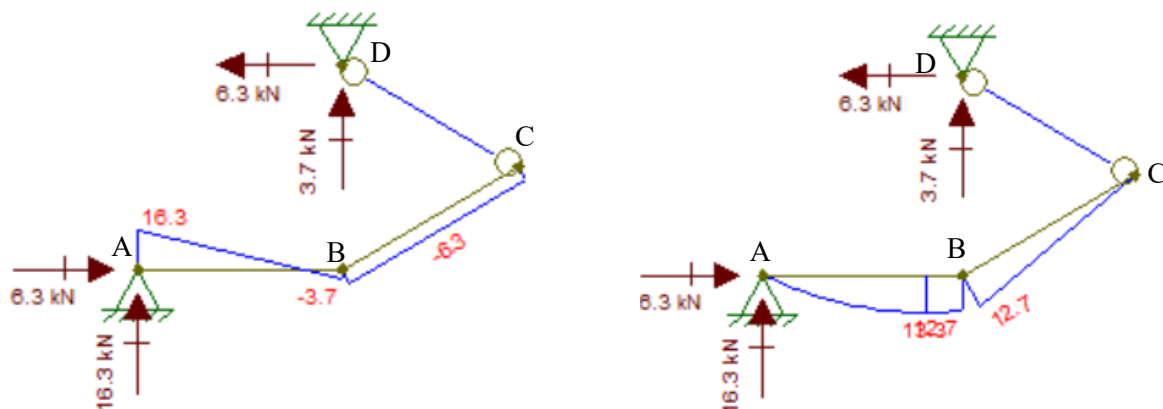
$$V_{BC}(x) = -6.36$$

$$\sum M_{flector} = 0 \rightarrow M_{BC}(x) + 10 \frac{KN}{m} \times 2m \times (1m + x \times \cos(\theta)) - (16.32) \times (2m + x \times \cos(\theta)) + 6.24KN \times x \times \sin(\theta) = 0$$


$$M_{BC}(x) = -6.31x + 12.64$$

Figura 5

DFC[KN] y DMF[KN-m]



Nota. DFA elaborado por el software Ftool.

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

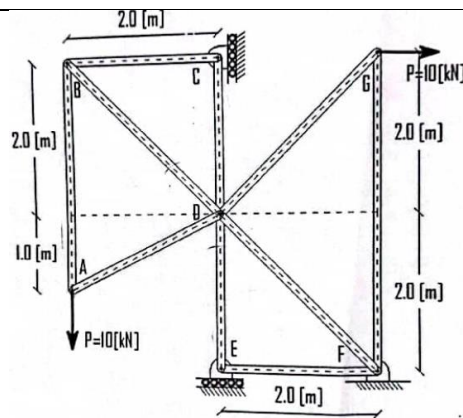
EJERCICIO 12

Para la armadura mostrada en la Figura 1. Determine:

- El GIE
- Los elementos de fuerza cero.
- Las fuerzas en las barras BD y BC.

Figura 1

Armaduras de análisis



Nota. BENJUMEA, José. BUELVAS, Homer. ESTÁTICA: PROBLEMAS PARA PARCIALES 2013-2016

Solución 12

Interpretando el ejercicio vemos que la armadura está siendo sometida por dos fuerzas externas puntuales en dirección “y” y “x” en los nodos A y G. Teniendo en cuenta esto, nos damos cuenta de que podremos resolver el ejercicio por medio de las ecuaciones de resolución de armaduras.

Por otro lado, podemos observar en la **Figura 1** que el ejercicio se puede resolver en 2D en el plano XY debido a que está contenida la armadura y las cargas en el plano XY.


12.1. Identificación de apoyos

En la **Figura 1** se puede identificar que en la estructura se encuentran tres apoyos que podemos identificar fácilmente. Los cuales son dos apoyos simples (de una reacción cada una) en los puntos E y C. Además de un apoyo articulado (de dos reacciones) en el nodo F. Cómo ya se dijo anteriormente el ejercicio se puede resolver en 2D por lo que el GIE externo e interno de la estructura de la estructura se presenta a continuación:

12.2 GIE externo e interno

$$GIE_{externo} = incognitas - ecuaciones \rightarrow 4 - 3 = 1$$

Cómo nos podemos dar cuenta externamente estamos frente a una estructura indeterminada hiperestática completamente restringida, posiblemente habrá una reacción redundante que no podremos hallar con las

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

ecuaciones de equilibrio externo. Sin embargo, vamos a hallar el GIE interno para mirar si es posible que podemos hallar esta redundante con equilibrio interno.

$$GIE_{interno} = (m + r) - 2n \rightarrow (10 + 4) - 2 \times 7 = 0$$

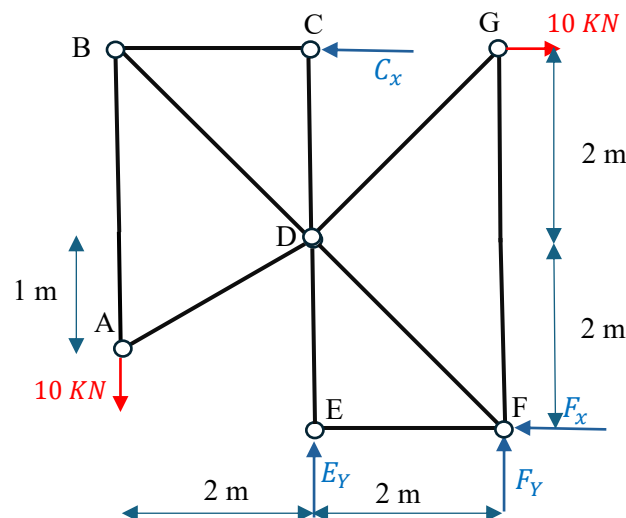
Confirmamos que nuestra estructura internamente es determinada por lo que es posible que podamos hallar cada una las fuerzas o incógnitas de la armadura.

12.3 Realizando un DCL

Realizando un DCL de la estructura en el plano XY como se muestra en la **Figura 2**. Donde representaremos las cargas, distancias y reacciones de nuestra armadura en estudio.

Figura 2

DCL Armadura




Nota. Autoría propia.

12.4 Realizando equilibrio interno por método cortes y nodos

Cómo la armadura a analizar es hiperestática externamente debemos realizar directamente un análisis interno de las fuerzas de cada elemento de la armadura, teniendo en cuenta que despreciamos peso propio y que para poder hallarlas disponemos de dos métodos donde lo ideal es poder combinar ambos métodos. Además de esto, debemos hacer un análisis previo de los elementos y tratar de determinar fácilmente los elementos que serán fuerza cero ya que son casos especiales que se pueden percibir a simple vista.

Elemento Fuerza Cero y Casos Especiales

Cómo se puede observar en la **Figura 2** vemos que el elemento EF es un elemento de fuerza cero ya que en el nodo E vemos que recibe una carga puntual vertical a un elemento ortogonal entre sí por lo que se puede deducir fácilmente que el elemento paralelo (barra ED) a la carga será el que resista toda esa carga y por

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

ende el elemento EF sea fuerza cero asimismo con la barra CD ya que ocurre lo mismo en el nodo C. Quedando finalmente de la siguiente manera:

$$F_{EF} = F_{CD} = 0 \text{ KN} \quad F_{CB} = C_x \quad F_{ED} = E_y$$

Además de lo anterior, si nos fijamos en los dos nodos A y F respectivamente vemos que se cumple el caso donde hay 4 elementos (fuerzas internas y reacciones) conectados donde 2 son paralelos entre sí y dos ortogonales a estos elementos. Por lo que ese elemento adicional a los 4 es de fuerza cero (elemento DF). Así mismo en el nodo A ocurre lo mismo que se explicó en los nodos C y E:

$$F_{AD} = F_{DF} = 0 \text{ KN} \quad F_{AB} = 10 \text{ KN (tensión)} \quad F_{FG} = F_y \quad F_{EF} = F_x$$

Hallamos fuerzas internas

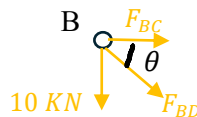
Para hallar las fuerzas internas de los elementos BC y BD pedidos en el enunciado del ejercicio sabemos que existen dos métodos muy comunes los cuales son nodos y secciones. Analizando el ejercicio nos damos cuenta de que ya sabiendo el valor de la fuerza del elemento AB es posible hallar las fuerzas internas de los elementos BC y BD analizando el nodo B ya que solo tendremos 2 incógnitas por hallar.

Figura 3

Nodo B

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2m}{2m}\right)$$

$$\theta = 45^\circ$$



Nota. Autoría propia.

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -10 \text{ KN} - F_{BD} \times \sin(\theta) = 0$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{BC} + F_{BD} \times \cos(\theta) = 0$$

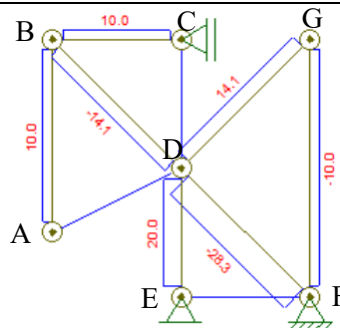
Resolviendo el sistema 2x2

$$F_{BD} = -14.14 \text{ KN (Compresión)}$$


$$F_{BC} = 10 \text{ KN (Tensión)}$$

Figura 4

DFA[KN]



Nota. DFA elaborado por el software Ftool.

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

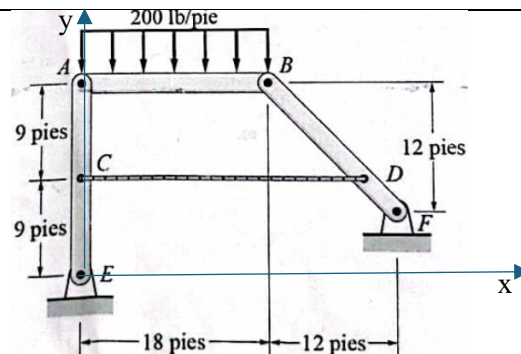
EJERCICIO 13

El marco mostrado en la **Figura 1** se compone de tres barras unidas mediante articulaciones y un cable CD. Según lo mostrado anteriormente, determine sin considerar el peso propio de los elementos:

- Dibuje el Despiece y DCL del marco.
- Calcule el GIE del marco
- DFA, DFC, DMF de la barra AB.

Figura 1

Marco ABCDEF



Nota. BENJUMEA, José. BUELVAS, Homer. ESTÁTICA: PROBLEMAS PARA PARCIALES 2013-2016

Solución 13

Interpretando el ejercicio vemos que la estructura conformada un marco que están siendo sometidos por una fuerza externa distribuida de $200 \frac{lb}{pie}$ en dirección “y”. Teniendo en cuenta esto, nos damos cuenta de que podremos resolver el ejercicio por medio de las ecuaciones de resolución de marcos y despieces.

Por otro lado, podemos observar en la **Figura 1** que el ejercicio se puede resolver en 2D en el plano XY debido a que está contenida el marco y las cargas en el plano XY.


13.1. Identificación de apoyos

En la **Figura 1** se puede identificar que en la estructura se encuentran dos apoyos que podemos identificar fácilmente en los puntos E y F. Donde hay dos articulaciones (de dos reacciones) en el punto E y F. Cómo ya se dijo anteriormente el ejercicio se puede resolver en 2D por lo que el GIE externo e interno de la estructura de la estructura se presenta a continuación:

13.2 GIE externo e interno

$$GIE_{externo} = incognitas - ecuaciones \rightarrow 4 - 3 = 1$$

Cómo nos podemos dar cuenta externamente estamos frente a una estructura indeterminada hiperestática completamente restringida, hay un cable (eslabón) en el marco ya que no recibe directamente ninguna carga y perfectamente trabaja como elemento de dos fuerzas (como es un cable, normalmente trabaja en tensión).

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

Dicho esto, vamos a hallar el GIE interno para mirar si es posible determinar cada fuerza en los elementos por medio del equilibrio interno.

$$GIE_{interno} = (s + 2j + r) - 3m \rightarrow (1 + 2 \times (2) + 4) - 3 \times 3 = 0$$

Confirmamos que nuestra estructura internamente es determinada por lo que es posible que podamos hallar cada una las fuerzas o incógnitas del ejercicio.

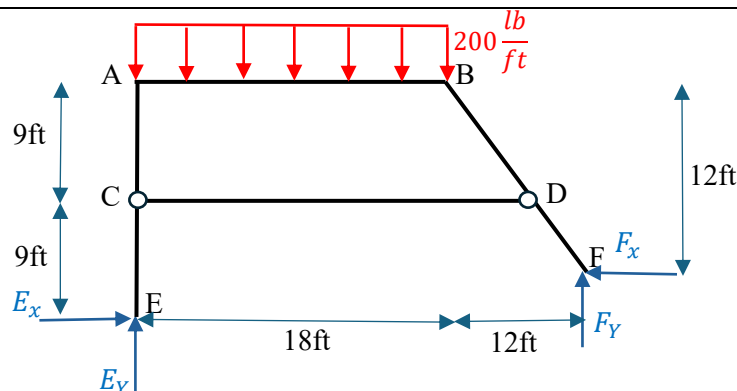
Nota: en las uniones de la ecuación de GIE interno solamente contamos las uniones entre elemento-elemento. NO se tiene en cuenta en elemento-eslabón.

13.3 Realizando un DCL

Realizando un DCL de la estructura en el plano XY como se muestra en la **Figura 2**. Donde representaremos las cargas, distancias y reacciones de nuestro marco en estudio.

Figura 2

DCL marco ABCDEF



Nota. Autoría propia. Las reacciones de la polea se transmiten al elemento AD en sentidos contrarios

13.4 Realizando equilibrio interno por despiece

Cómo el marco a analizar es isostático externamente debemos realizar un análisis interno de las fuerzas de cada elemento del marco para poder dibujar sus diagramas, teniendo en cuenta que despreciamos peso propio y que para poder hallarlas disponemos del despiece del marco.

Hallamos fuerzas internas

Para hallar las fuerzas internas sabemos que existe el método de despiece donde podremos realizar equilibrio estático en estos despieces. Es por esto por lo que empezaremos a realizar estos despieces y a resolver primero el despiece isostático que soporte la carga externa para poder determinar las fuerzas que se transmiten en los elementos.


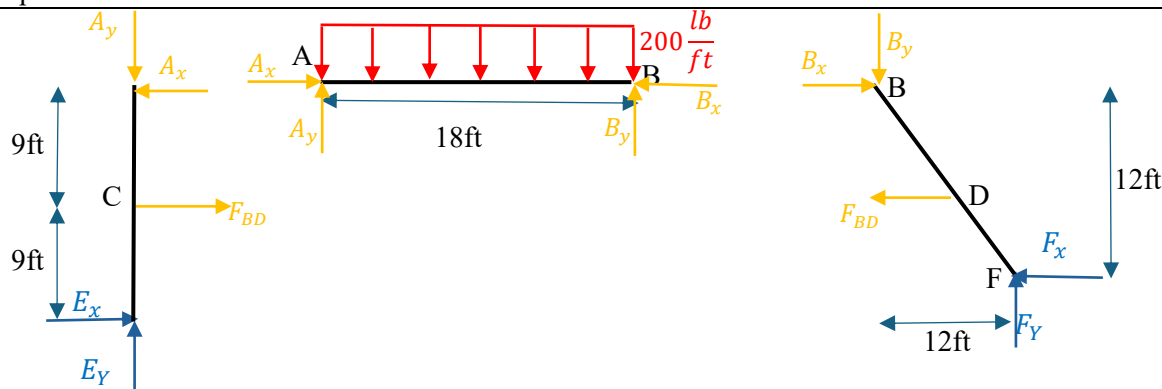
 ESCUOLA DE INGENIERIA Civil MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

Figura 3

Despieces del marco



Nota. Autoría propia. Las reacciones ya se obtuvieron anteriormente

Despiece de la mitad

$$\sum M_{z_A} = 0 \rightarrow -200 \frac{lb}{ft} \times 18ft \times 9ft + B_y \times 18ft = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y - 200 \frac{lb}{ft} \times 18ft + B_y = 0$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x - B_x = 0$$

Despiece de la izquierda

$$\sum M_{z_E} = 0 \rightarrow -F_{BD} \times 9ft + A_x \times 18ft = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow E_y - A_y = 0$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow E_x - A_x + F_{BD} = 0$$

Despiece de la derecha

$$\sum M_{z_F} = 0 \rightarrow B_y \times 12ft - B_x \times 12ft + F_{BD} \times 3ft = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -B_y + F_y = 0$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow B_x - F_x - F_{BD} = 0$$


Resolviendo el sistema 9x9

$$F_{BD} = 7200 \text{ lb (tensión)} \quad B_y = 1800 \text{ lb} \quad A_y = 1800 \text{ lb}$$

$$F_x = -3600 \text{ lb} \quad B_x = 3600 \text{ lb} \quad A_x = 3600 \text{ lb}$$

$$F_y = 1800 \text{ lb} \quad E_y = 1800 \text{ lb} \quad E_x = -3600 \text{ lb}$$

Para realizar los DFC, DFA y DMF. Vamos a hallar las ecuaciones de fuerza cortante, axial y momentos internos por medio del método de integrales usando la siguiente ecuación teniendo en cuenta las convenciones definidas en la **Figura 1**:

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

$$N(x) = - \int N(x) dx - N_{apl} + N_{ant} \quad V(x) = - \int w(x) dx + V_{apl} + V_{ant}$$

$$M(x) = \int V(x) dx - M_{apl} + M_{ant}$$

TRAMO AB $0 \leq x \leq 18 \text{ ft}$

$$N_{AB}(x) = -(3600)$$

$$N_{AB}(x) = -3600$$

$$N_{AB}(0) = -3600 \text{ lb} \quad N_{AB}(18) = -3600 \text{ lb}$$

$$V_{AB}(x) = - \int (200) dx + 1800$$

$$V_{AB}(x) = -200x + 1800$$

$$V_{AB}(0) = 1800 \text{ lb} \quad V_{AB}(18) = -1800 \text{ lb}$$

$$V_{AB}(x) = 0 \rightarrow x = 9 \text{ ft}$$

$$M_{AB}(x) = \int -200x + 1800 \, dx$$

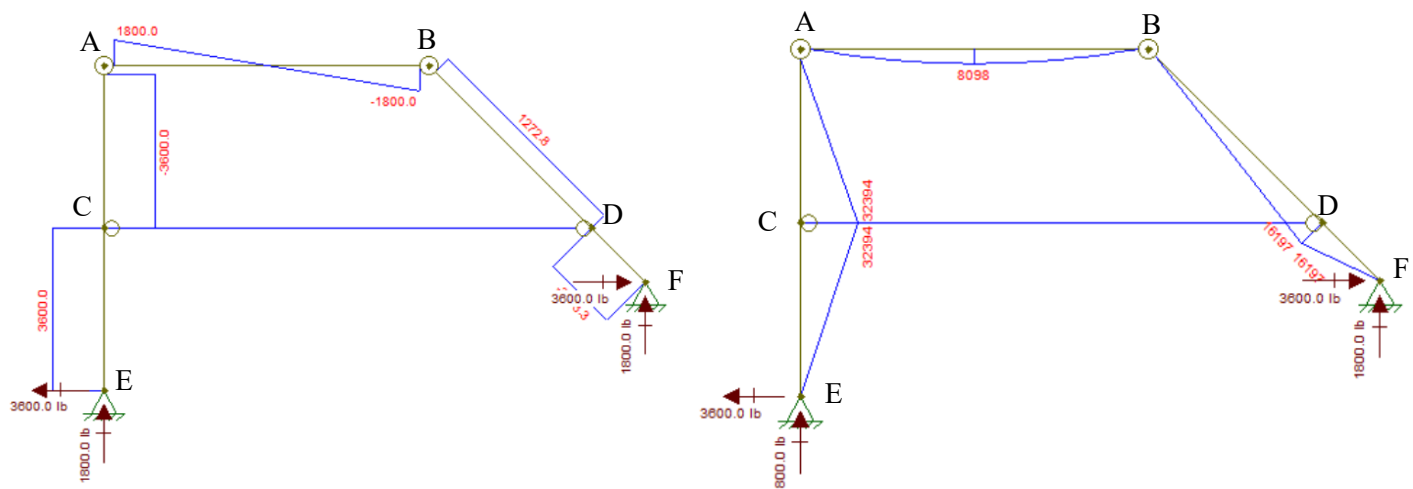
$$M_{AB}(x) = -200 \frac{x^2}{2} + 1800x$$

$$M_{AB}(0) = 0 \text{ KN} - m \quad M_{AB}(18) = 0 \text{ lb} - ft$$


$$M_{AB}(9) = 8100 \text{ lb} - ft$$

Figura 4

DFC[KN] y DMF[KN-m]



Nota. DFA elaborado por el software Ftool.

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

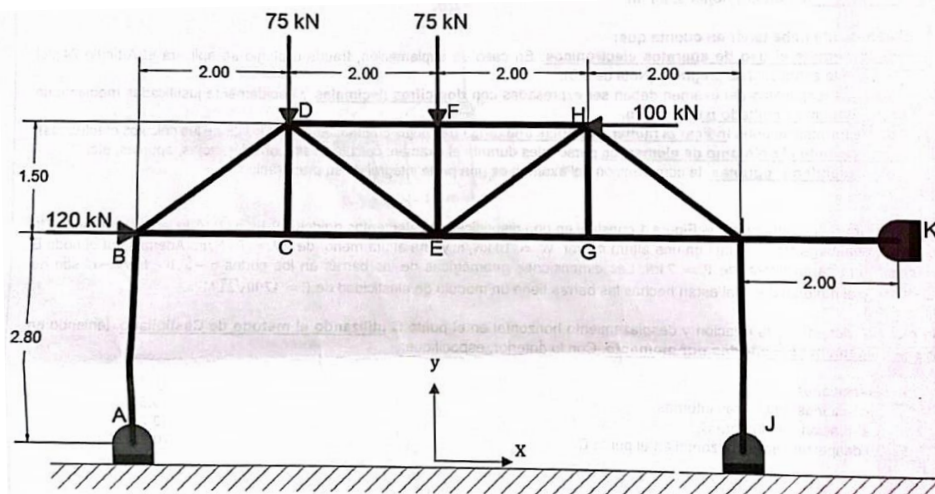
EJERCICIO 14

Para la armadura mostrada en la Figura 1. Determine:

- El GIE
- Los elementos de fuerza cero.
- Las fuerzas internas y DFA de todas las barras.

Figura 1

Armaduras de análisis



Nota. BENJUMEA, José. BUELVAS, Homer. ESTÁTICA: PROBLEMAS PARA PARCIALES 2013-2016


Solución 14

Interpretando el ejercicio vemos que la armadura está siendo sometida por cuatro fuerzas externas puntuales en dirección “y” y “x” en los nodos B, D, F y H. Donde se sostiene por 3 elementos biarticulados como lo son BA, IJ y IK los cuales trabajan como elementos de dos fuerzas transmitiendo a la armadura solamente fuerzas. Teniendo en cuenta esto, nos damos cuenta de que podremos resolver el ejercicio por medio de las ecuaciones de resolución de armaduras.

Por otro lado, podemos observar en la **Figura 1** que el ejercicio se puede resolver en 2D en el plano XY debido a que está contenida la armadura y las cargas en el plano XY.

14.1. Identificación de apoyos

En la **Figura 1** se puede identificar que en la estructura se encuentran tres apoyos que podemos identificar fácilmente. Los cuales son tres apoyos articulados (de dos reacciones cada una) en los puntos A, J y K. Como ya se dijo anteriormente estos apoyos están ligados a elementos que están articulados en sus extremos por lo que sabemos que cada uno de estos al final transmitirán solo 1 reacción ya que son “elementos de dos

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

fuerzas”. Además, el ejercicio se puede resolver en 2D por lo que el GIE externo e interno de la estructura de la estructura se presenta a continuación:

14.2 GIE externo e interno

$$GIE_{\text{externo}} = \text{incógnitas} - \text{ecuaciones} \rightarrow 3 - 3 = 1$$

Cómo nos podemos dar cuenta externamente estamos frente a una estructura determinada ya que finalmente a los nodos B e I llegan tres fuerzas de los elementos que sirven en este caso como apoyos. Además, la estructura es hiperestática completamente restringida, posiblemente habrá una reacción redundante que no podremos hallar con las ecuaciones de equilibrio externo. Sin embargo, vamos a hallar el GIE interno para mirar si es posible que podamos hallar todas las fuerzas de las barras.

$$GIE_{\text{interno}} = (m + r) - 2n \rightarrow (13 + 3) - 2 \times 8 = 0$$

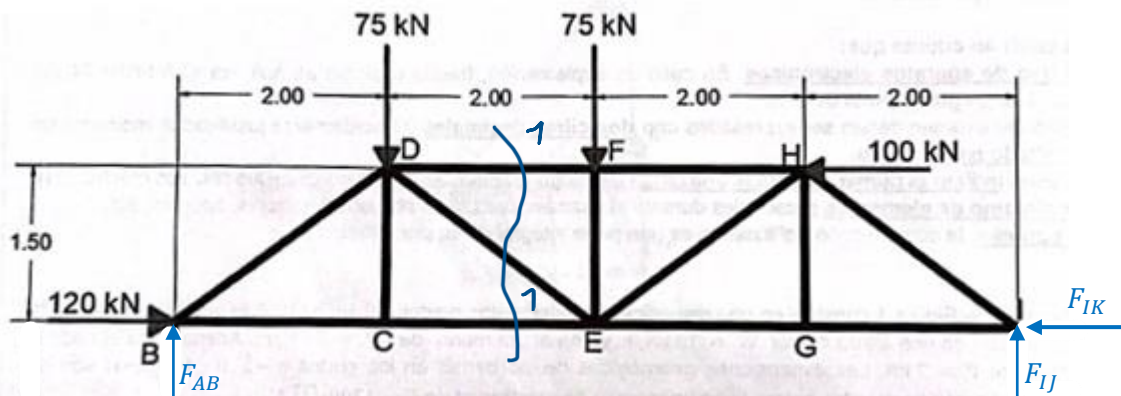
Confirmamos que nuestra estructura internamente es determinada por lo que es posible que podamos hallar cada una las fuerzas o incógnitas de la armadura.

14.3 Realizando un DCL

Realizando un DCL de la estructura en el plano XY como se muestra en la **Figura 2**. Donde representaremos las cargas, distancias y reacciones de nuestra armadura en estudio.

Figura 2

DCL Armadura



Nota. Autoría propia. Las distancias están en metros.

14.4. Realizando equilibrio externo en la armadura


$$\sum M_{z_B} = 0 \rightarrow F_{IJ} \times 8 \text{ m} + 100 \text{ KN} \times 1.5 \text{ m} - 75 \text{ KN} \times 2 \text{ m} - 75 \text{ KN} \times 4 \text{ m} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{IJ} + F_{AB} - 75 \text{ N} \times 2 = 0$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow -F_{IK} - 100 \text{ KN} + 120 \text{ KN} = 0$$

Resolviendo el sistema 3x3 queda de la siguiente manera:

$$F_{IJ} = 37.5 \text{ KN} \quad \uparrow \quad F_{IK} = 20 \text{ KN} \quad \leftarrow \quad F_{AB} = 112.5 \text{ KN} \quad \uparrow$$

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

14.4 Realizando equilibrio interno por método cortes y nodos

Cómo la armadura a analizar es isostática externamente debemos realizar directamente un análisis interno de las fuerzas de cada elemento de la armadura, teniendo en cuenta que despreciamos peso propio y que para poder hallarlas disponemos de dos métodos donde lo ideal es poder combinar ambos métodos. Además de esto, debemos hacer un análisis previo de los elementos y tratar de determinar fácilmente los elementos que serán fuerza cero ya que son casos especiales que se pueden percibir a simple vista.

Elemento Fuerza Cero y Casos Especiales

Cómo se puede observar en la **Figura 2** vemos que los elementos DC y HG son elementos de fuerza cero ya que en el nodo C y G vemos que hay 3 elementos donde uno es ortogonal a dos elementos paralelos entre sí y en ese nodo no se recibe ninguna carga externa. Por lo que se puede deducir fácilmente que el elemento ortogonal (barra DC y HG) sean de fuerza cero y los elementos consecutivos o paralelos entre si tengan la misma carga. Quedando finalmente de la siguiente manera:

$$F_{DC} = F_{HG} = 0 \text{ KN} \quad F_{CB} = F_{CE} \quad F_{EG} = F_{GI}$$

Además de lo anterior, si nos fijamos en el nodo F respectivamente vemos que se cumple el caso donde hay 3 elementos conectados donde 2 son paralelos entre sí y uno ortogonal a estos elementos, donde el elemento ortogonal es paralelo a una carga de 75 KN. Por lo que ese elemento paralelo a la carga (elemento FE) tendrá el valor de la carga externa y los otros dos elementos también compartirán la misma carga.

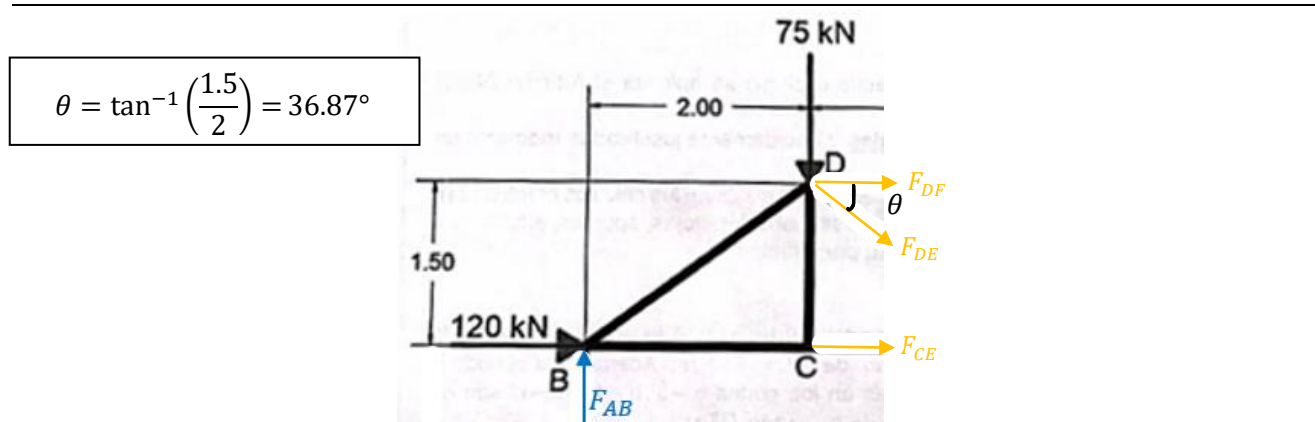
$$F_{DF} = F_{FH} \quad F_{FE} = 75 \text{ KN (compresión)}$$

Hallamos fuerzas internas


Para hallar las fuerzas internas de los elementos del ejercicio sabemos que existen dos métodos muy comunes los cuales son nodos y secciones. Analizando el ejercicio nos damos cuenta de que podremos iniciar con el análisis de una sección y posterior a esto analizar 3 nodos.

Figura 3

Sección 1



Nota. Autoría propia.

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

$$\sum M_{z_D} = 0 \rightarrow F_{CE} \times 1.5m + 120KN \times 1.5m - F_{AB} \times 2m = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -75KN - F_{DE} \times \text{sen}(\theta) + F_{AB} = 0$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow 120KN + F_{CE} + F_{DF} + F_{DE} \times \text{cos}(\theta) = 0$$

Resolviendo el sistema 3x3

$$F_{CE} = 30 \text{ KN (Tensión)}$$

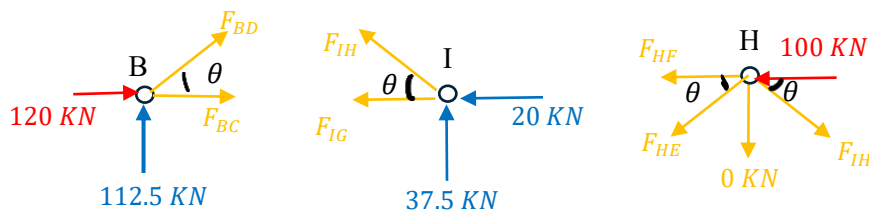
$$F_{DE} = 62.5 \text{ KN (Tensión)}$$

$$F_{DF} = -200 \text{ KN (Compresión)}$$

Figura 4

Nodo B, I, H

$$\theta = 53.13^\circ$$



Nota. Autoría propia.

Nodo B

$$F_y = 0 \rightarrow 120KN + F_{BD} \times \text{cos}(\theta) + F_{BC} = 0$$

$$F_{BD} = -187.5 \text{ KN (Compresión)}$$

Tener en cuenta que en los casos especiales definimos que $F_{BC} = F_{CE}$

Nodo I

$$F_y = 0 \rightarrow 37.5KN + F_{IH} \times \text{sen}(\theta) = 0$$

$$F_x = 0 \rightarrow -F_{IG} - F_{IH} \times \text{cos}(\theta) - 20 \text{ KN} = 0$$

$$F_{IH} = -62.5 \text{ KN (Compresión)} \quad F_{IG} = 30 \text{ KN (Tensión)}$$


Nodo H

$$F_y = 0 \rightarrow -F_{HE} \times \text{sen}(\theta) - F_{IH} \times \text{sen}(\theta) = 0$$

$$F_x = 0 \rightarrow -F_{HE} \times \text{cos}(\theta) + F_{IH} \times \text{cos}(\theta) - F_{HF} - 100 \text{ KN} = 0$$

$$F_{HE} = 62.5 \text{ KN (Tensión)} \quad F_{IH} = -62.5 \text{ KN (Compresión)}$$

Tener en cuenta que en los casos especiales definimos que $F_{HF} = F_{DF}$

 MEMORIA DE CÁLCULO	TRABAJO#	2	FECHA	21/10/2024
	ENTREGADO A			
	ASIGNATURA	Estática		
	TEMA	Inercias, centroides, DFC, DMF, DFA, etc.		
	Elaborado por	(Formato Original Jhan Carlos Matajira Figueroa)		

Con ya todas las fuerzas internas de los elementos y las reacciones de la armadura. Se procede a realizar el diagrama de fuerza axial por medio del software Ftool, lo cual nos sirve para darnos cuenta si lo hecho anteriormente está correcto o no. Además, podemos corroborar que nuestra estructura es determinada y totalmente restringida por lo que es estable. A continuación, presentamos el resumen de las fuerzas externas e internas y el DFA en la **Figura 5**.

Reacciones

$$F_{AB} = 112.5 \text{ KN} \uparrow \quad F_{IJ} = 37.5 \text{ KN} \uparrow \quad F_{IK} = 20 \text{ KN} \leftarrow$$

Fuerzas internas

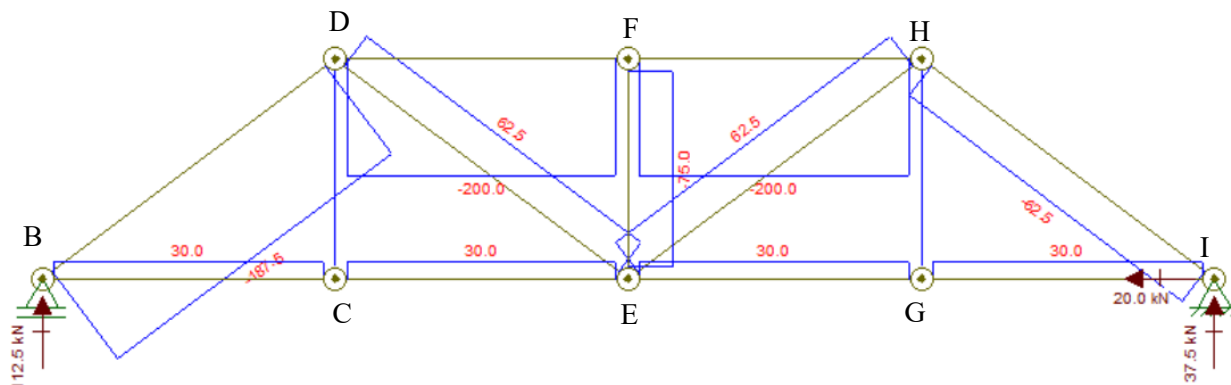
$$F_{BD} = 187.5 \text{ KN (C)} \quad F_{BC} = 30 \text{ KN} \quad F_{CD} = 0 \quad F_{DF} = 200 \text{ KN (C)}$$

$$F_{DE} = 62.5 \text{ KN (T)} \quad F_{CE} = 30 \text{ KN (T)} \quad F_{FH} = 200 \text{ KN (C)} \quad F_{FE} = 75 \text{ KN (C)}$$

$$F_{EH} = 62.5 \text{ KN (T)} \quad F_{EG} = 30 \text{ KN (T)} \quad F_{HG} = 0 \quad F_{HI} = 62.5 \text{ KN (C)}$$

$$F_{GI} = 30 \text{ KN (T)}$$

Figura 5
DFA [KN]



Nota. DFA elaborado por el software Ftool.